

## АППРОКСИМАЦИЯ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

А.А. Стец

aleksey.stets@gmail.com

АО «ЦНИИмаш», Королёв, Московская обл., Российская Федерация

---

### Аннотация

Верификация математических моделей крупногабаритных сборных космических конструкций в части моделирования динамических процессов может быть проведена на основе данных, полученных с бортовых систем измерений ускорений. Исследован подход к аппроксимации затухающих колебаний, возникающих при динамических воздействиях в процессе эксплуатации. На основе результатов анализа частотного спектра динамического процесса формируется начальное приближение отклика конструкции суммой затухающих гармоник, на основе которого методом Левенберга — Марквардта в пространстве параметров набора гармоник ищется наилучшее соответствие между реальным динамическим процессом и его аппроксимацией. Предложена модификация рассматриваемого подхода, заключающаяся в последовательном приближении аппроксимируемой временной зависимости одиночными гармониками. Показана применимость рассматриваемого подхода для выявления частотных и диссипативных параметров рассматриваемой конструкции. Приведены результаты апробации рассматриваемого подхода на искусственно сгенерированных зашумленных временных зависимостях ускорений с известными параметрами, которые были восстановлены с достаточной степенью точности. В качестве примера приведены результаты анализа показаний датчиков ускорений, которые установлены на МКС, показания записаны на фоне затухающих колебаний конструкции, вызванных импульсами реактивных двигателей управления ориентацией

### Ключевые слова

*Аппроксимация колебаний, диссипация, динамические параметры, ускорения, долговременные орбитальные станции*

Поступила 11.09.2020

Принята 15.10.2020

© Автор(ы), 2021

---

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект РФФИ № 19-31-90141)*

**Введение.** Математическое моделирование динамики изделий ракетно-космической техники для обеспечения прочности и исследования условий нагружения осложняется различиями между расчетными моделями и натурными объектами [1]. Такие различия вносятся как непосредственно особенностями метода математического моделирования, например аппроксимацией натурального объекта набором конечных элементов, так и особенностями сборки крупногабаритных изделий, для которых установлены массоинерционные параметры их составных частей [2–4]. Существующие в настоящее время методы коррекции параметров математических моделей применимы только для сравнительно компактных конструкций, для которых есть возможность проведения наземных модельных испытаний [5, 6].

Для крупногабаритных собираемых на орбите космических конструкций, например долговременных орбитальных станций «Мир» [7] и МКС, по очевидным причинам неприменимы наземные модельные испытания. Для таких конструкций верификация математической модели динамических процессов в части параметров расчетной модели может быть проведена на основе результатов анализа показаний датчиков ускорений при затухающих колебаниях конструкции, вызванных внешними динамическими воздействиями. Результатами анализа являются частотные и диссипативные параметры конструкции. Могут быть также выявлены низшие формы колебаний конструкции, точность определения которых существенно зависит от интенсивности колебательного процесса, вызвавшего его воздействия, и расположения датчиков по конструкции и их числа [8].

Рассматриваемая методика аналогична подходу, реализованному в [9, 10], с изменениями в части управления сходимостью и параметрами решения.

Представим затухающий динамический отклик механической системы на внешнее воздействие в виде суммы затухающих колебаний:

$$a(t) = \sum_{k=1}^K a_k(t) = \sum_{k=1}^K A_k e^{-\zeta_k \omega_k (t-t_0)} \sin\left(\omega_k \sqrt{1-\zeta_k^2} (t-t_0) + \varphi_k\right), \quad (1)$$

где  $A_k$  — амплитуда гармоники;  $\zeta_k$  — затухание, выраженное в долях критического\*;  $\omega_k$  — циклическая частота гармоники;  $\varphi_k$  — начальная

---

\* Далее под декрементом колебаний будет пониматься величина  $\zeta$ , связанная с логарифмическим декрементом  $\delta$  как  $\zeta = 1/\sqrt{1+(2\pi/\delta)^2} \approx \delta/(2\pi)$ .

фаза. Пусть  $\alpha(t)$  — зарегистрированный датчиками отклик системы в одном из ее узлов. Тогда задача об аппроксимации затухающих колебаний сводится к минимизации невязки методом наименьших квадратов [11, 12] на каждом шаге по времени, где  $i$  — номер временного отсчета,  $a_i, \alpha_i$  — значения  $a(t)$  и  $\alpha(t)$  в момент времени  $t_i$ :

$$F(\vec{p}) = \|\vec{f}(\vec{p})\|^2 = \sum_{i=1}^m f_i^2(\vec{p}) = \sum_{i=1}^m (a_i(\vec{p}) - \alpha_i)^2. \quad (2)$$

Вектор параметров  $\vec{p}$  имеет следующую структуру:

$$\vec{p} = (A_1, \dots, A_K, \zeta_1, \dots, \zeta_K, \omega_1, \dots, \omega_K, \varphi_1, \dots, \varphi_K)^T. \quad (3)$$

Процесс аппроксимации является итерационным, т. е. на  $z$ -м шаге

$$\vec{p}_{z+1} = \vec{p}_z + \gamma \vec{\mu}, \quad (4)$$

где направление поиска  $\vec{\mu}$  определяется алгоритмом Левенберга — Марквардта и находится из системы

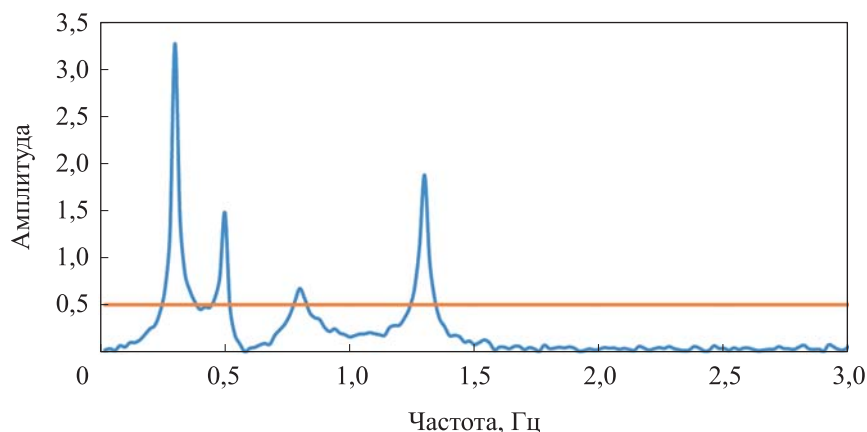
$$[\mathbf{J}^T(\vec{p}_z)\mathbf{J}(\vec{p}_z) + \lambda_z \mathbf{I}]\vec{\mu} = -\mathbf{J}^T(\vec{p}_z)\vec{f}(\vec{p}_z). \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;  $\lambda_z$  — неотрицательная константа;  $\mathbf{J}(\vec{p})$  — матрица Якоби функции  $\vec{f}(\vec{p})$ ,

$$\mathbf{J}(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial A_1}, \dots, \frac{\partial a_1}{\partial A_K}, \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_1}, \dots, \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_K}, \frac{\partial a_1}{\partial \omega_1}, \dots, \frac{\partial a_1}{\partial \omega_K}, \frac{\partial a_1}{\partial \varphi_1}, \dots, \frac{\partial a_1}{\partial \varphi_K} \\ \vdots \\ \frac{\partial a_m}{\partial A_1}, \dots, \frac{\partial a_m}{\partial A_K}, \frac{\partial a_m}{\partial \zeta_1}, \dots, \frac{\partial a_m}{\partial \zeta_K}, \frac{\partial a_m}{\partial \omega_1}, \dots, \frac{\partial a_m}{\partial \omega_K}, \frac{\partial a_m}{\partial \varphi_1}, \dots, \frac{\partial a_m}{\partial \varphi_K} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Якобиан (6) составлен из аппроксимаций производных со вторым порядком точности. Множитель  $\gamma \in (0; 1]$  включен в (4) для исключения численной неустойчивости решения вблизи точки точного решения, уменьшая шаг изменения параметров. Начальное приближение  $\vec{p}_0$  находится путем анализа спектра Фурье аппроксимируемой временной зависимости. В качестве частот  $\omega_1, \dots, \omega_K$  удобно выбирать пики спектра Фурье, превышающие пороговое значение, основанное на статистических характеристиках спектра. Пример спектра Фурье сгенерированных затухающих колебаний с добавленным шумом и нанесенным пороговым значением приведен на рис. 1. Таким образом, число используемых гармоник  $K$  в сумме (1) и, соответственно, размерность вектора параметров  $\vec{p}$ , равная  $4K$ , определяется перед началом итерационного процесса и зави-

сит от спектральных характеристик процесса и заданного порогового значения. В начале процесса аппроксимации  $\lambda_z$  принимается равной единице, при возрастании невязки, свидетельствующем о расхождении процесса,  $\lambda_z$  увеличивается на единицу, а итерационный процесс начинается с  $\bar{p}_0$ .



**Рис. 1.** Частотный спектр искусственно сгенерированной временной зависимости, иллюстрирующей затухающие колебания, с нанесенным пороговым значением

Как правило, при рассмотрении конструкций, для которых имеется опыт их эксплуатации, начальное приближение декрементов колебаний выбирается в соответствии с экспертной оценкой. Если данных о диссипативных параметрах конструкции нет, то целесообразно искать начальное приближение декрементов колебаний исходя из параметров огибающей затухающего процесса [13]. Результатом решения рассматриваемой задачи является вектор параметров, соответствующий наилучшему приближению, т. е. при котором был остановлен итерационный процесс (1)–(6). Из него извлекаются частоты и соответствующие им декременты колебаний.

Описанный метод получил развитие в следующей постановке: пусть имеется затухающий отклик механической системы  $\alpha(t)$ . Будем искать его приближение последовательно в виде, аналогичном (1):

$$a_K(t) = \sum_{k=1}^K a_k(t) = \sum_{k=1}^K A_k e^{-\zeta_k \omega_k (t-t_0)} \sin \left( \omega_k \sqrt{1-\zeta_k^2} (t-t_0) + \varphi_k \right). \quad (7)$$

При этом число гармоник в сумме (7), аппроксимирующей исходную временную зависимость, на  $K$ -м шаге будет равно  $K$  (в отличие от метода, рассмотренного ранее, где число гармоник в аппроксимирующей сумме определяется из числа пиков частотного спектра исходной временной

зависимости, превышающих пороговое значение, и остается постоянным на протяжении всего итеративного процесса). В (7)  $a_K(t)$  — приближение на  $K$ -м шаге, при этом ищется аппроксимация остатка  $R_K$  одной затухающей гармоникой  $a_{K+1}(t)$ :

$$R_K(t) = \alpha(t) - a_K(t).$$

Первоначальное приближение параметров гармоник  $a_{K+1}(t)$ ,  $\vec{p}_{K+1} = (A_{K+1}, \zeta_{K+1}, \omega_{K+1}, \varphi_{K+1})$  находится в соответствии с положением максимального пика спектра Фурье аппроксимируемого остатка  $R_K(t)$ . Вложенным итеративным процессом и описанным выше методом минимизируется невязка

$$F_K(\vec{p}_{K+1}) = \|\vec{f}(\vec{p}_{K+1})\|^2 = \sum_{i=1}^m f_i^2(\vec{p}_{K+1}) = \sum_{i=1}^m (a_{K+1}(\vec{p}_{K+1}) - R_{Ki})^2.$$

В этом случае аналог якобиана (6) принимает вид

$$\mathbf{J}(\vec{p}_{K+1}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial A_{K+1}}, & \frac{\partial R_1}{\partial \zeta_{K+1}}, & \frac{\partial R_1}{\partial \omega_{K+1}}, & \frac{\partial R_1}{\partial \varphi_{K+1}} \\ & & \vdots & \\ \frac{\partial R_m}{\partial A_{K+1}}, & \frac{\partial R_m}{\partial \zeta_{K+1}}, & \frac{\partial R_m}{\partial \omega_{K+1}}, & \frac{\partial R_m}{\partial \varphi_{K+1}} \end{pmatrix}.$$

При получении наилучшего приближения остатка одной затухающей гармоникой эта гармоника добавляется в сумму (7) и на следующем шаге ищется приближение новой гармоникой остатка  $R_{K+1}$ .

При выполнении критерия сходимости, где  $E$  — наперед заданная величина относительной ошибки, не происходит перехода на  $K + 1$  шаг и итерационный процесс останавливается:

$$\frac{|R_{K-1} - R_K|}{|R_{K-1}|} \leq E.$$

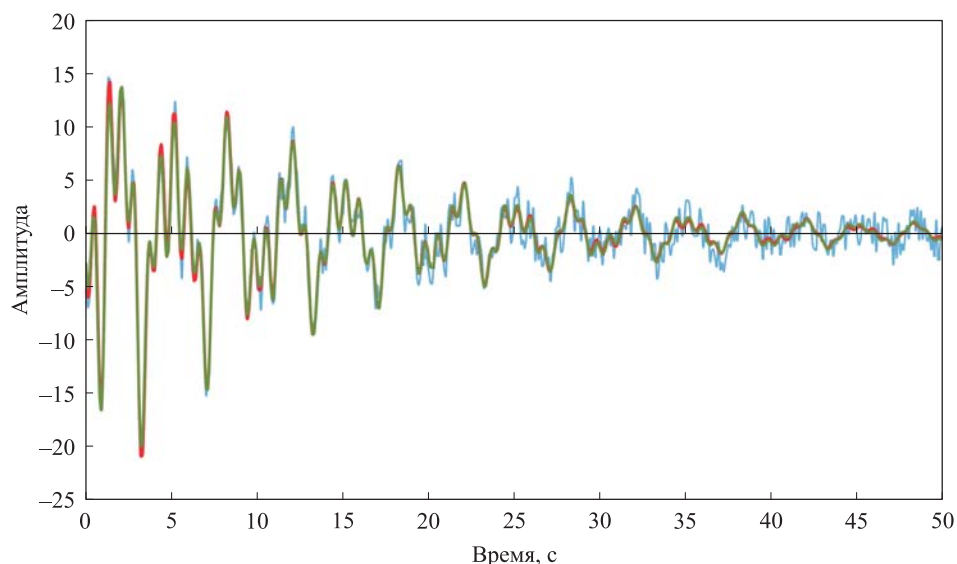
Таким образом, в отличие от метода варьирования начального приближения, число  $K$  гармоник в сумме определяется не параметрами начального приближения, а числом слагаемых в сумме (7), необходимых для достаточного приближения исходной временной зависимости.

В процессе верификационных расчетов выявлено следующее: по сравнению с методом варьирования начального приближения последовательное приближение одиночными гармониками является более эффективным с позиции вычислительных ресурсов, существенно реже подвержено резкому росту невязки вблизи точки решения, а также менее требователь-

но к выбору начального приближения — как правило, позволяет избежать ситуации, в которой метод варьирования начального приближения сходится к решению, соответствующему локальному минимуму невязки, при этом не являющемуся наилучшим приближением исходной временной зависимости.

Для проверки реализованных методов сгенерирована сумма затухающих гармоник вида (1) с известными параметрами амплитуд, частот и декрементов колебаний. Для имитации сигналов, поступающих с реальных измерительных систем, добавлен случайный шум.

Модельная зашумленная временная зависимость аппроксимирована (рис. 2) с использованием рассматриваемых методов, восстановлены параметры, определяющие исходную имитацию затухающих колебаний (табл. 1).



**Рис. 2.** Сгенерированная зашумленная имитация затухающих колебаний (кривая голубого цвета) и ее аппроксимации методом варьирования начального приближения (кривая красного цвета) и методом последовательного приближения одиночными гармониками (кривая зеленого цвета)

Показано, что оба метода обеспечивают хорошее соответствие между исходной временной зависимостью и полученной аппроксимацией. Восстановленные амплитуды, декременты и частоты близки к изначально заданным, что может свидетельствовать об успешной верификации рассматриваемых методов.

Для реализованных методов проведена апробация на реальных данных — записях с датчиков ускорений, установленных на борту МКС, по-

лученных при выполнении динамических операций, сопровождающихся внешними механическими воздействиями.

Таблица 1

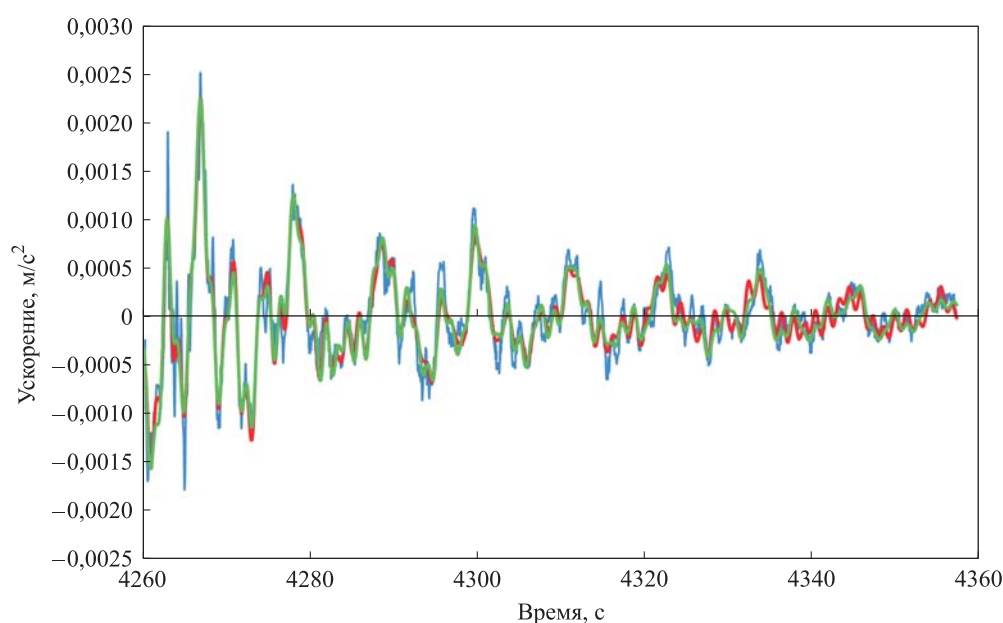
**Значения параметров, определяющих используемую имитацию затухающих колебаний и установленных в процессе ее аппроксимации**

Параметр								
использованный для генерации			установленный методом варьирования начального приближения			определенный методом последовательного приближения одиночными гармониками		
$A_i$	$\xi_i$	$\nu_i$ , Гц	$A_i$	$\xi_i$	$\nu_i$ , Гц	$A_i$	$\xi_i$	$\nu_i$ , Гц
10	0,03	0,3	9,977	0,030	0,300	9,266	0,028	0,301
5	0,02	0,5	4,912	0,019	0,500	5,403	0,022	0,498
7	0,04	0,8	7,087	0,040	0,800	6,191	0,035	0,800
8	0,01	1,3	8,066	0,010	1,300	7,373	0,009	1,299

Для иллюстрации применимости предлагаемых подходов выбран участок, соответствующий затухающим колебаниям конструкции станции после серии импульсов, осуществленных реактивными двигателями системы управления движением и навигацией (СУДН). Одна из рассмотренных временных зависимостей ускорений, зафиксированная в одной из точек конструкции станции по оси  $Y_{\text{МКС}}$ , и в тех же осях ее аппроксимации приведены на рис. 3. В целом несмотря на несущественный недобор амплитуд ускорений, в нижнем частотном диапазоне приближение выполняется с хорошей степенью точности.

Практический опыт изучения динамики крупногабаритных изделий ракетно-космической техники показывает, что наибольший вклад в их динамическое нагружение вносится низшими корпусными тонами конструкций [14, 15]. Таким образом, можно полагать, что реализованные методы применимы для выявления динамических и диссипативных параметров конструкции. В свою очередь, это позволяет верифицировать расчетные динамические модели натуральных объектов.

Выявленные значения амплитуд, декрементов и частот рассматриваемого динамического процесса приведены в табл. 2. Показано, что полученные различными методами значения согласуются между собой. Кроме того, выявленные декременты соответствуют представленным в работах [9, 10] и находятся в пределах экспертных оценок для такого типа конструкций.



**Рис. 3.** Запись показаний акселерометра (кривая голубого цвета), размещенного на борту МКС, по оси  $Y_{\text{МКС}}$  на фоне затухающих колебаний конструкции станции, вызванных сериями импульсов реактивных двигателей ориентации, ее аппроксимация методом варьирования начального приближения (кривая красного цвета) и методом последовательного приближения одиночными гармониками (кривая зеленого цвета)

Таблица 2

**Значения параметров затухающих колебаний, выявленные при анализе показаний акселерометра на борту МКС по оси  $Y_{\text{МКС}}$  после серии управляющих импульсов, осуществленных реактивными двигателями МКС**

$A_i \cdot 10^{-3}, \text{ м/с}^2$	$\xi_i$	$\nu_i, \text{ Гц}$
0,786/0,798	0,034/0,035	0,091/0,091
0,239/0,266	0,012/0,013	0,181/0,181
0,498/0,346	0,022/0,015	0,240/0,239
0,728/1,010	0,021/0,027	0,273/0,271
<i>Примечание.</i> В числителе приведены значения параметров, полученные методом варьирования начального приближения, в знаменателе — методом последовательного приближения одиночными гармониками.		

**Заключение.** Изучен подход к аппроксимации затухающих колебаний крупногабаритных космических конструкций путем варьирования начального приближения, основанного на частотных параметрах записей бортовых измерительных систем. Предложена его модификация, основанная



на последовательной аппроксимации временной зависимости одиночными гармониками. Показано, что при верификации на искусственно сгенерированных временных зависимостях эти подходы дают идентичные и корректные результаты. Проведена апробация рассматриваемых подходов на показаниях бортовых акселерометров МКС на фоне затухающих колебаний конструкции. Выявленные частотные и диссипативные параметры динамических процессов согласуются с найденными в аналогичных работах, а также с их экспертными оценками. Сделаны выводы о применимости рассматриваемых подходов для выявления частотных и диссипативных параметров в низшем частотном диапазоне космических конструкций. Целесообразным направлением дальнейших исследований является создание подхода по выявлению отдельных низших тонов колебаний натуральных объектов и сравнение их с соответствующими тонами колебаний расчетных моделей для обеспечения верификации математической модели динамики ракетно-космической техники.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Стец А.А. Верификация моделирования динамических процессов в сопровождении полета долговременных орбитальных станций. *17 Междунар. конф. «Авиация и космонавтика–2018»*. М., Люксор, 2018, с. 352–353.
- [2] Doebling S.W., Farrar C.R., Prime M.B., et al. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Technical Report LA-13070-MS. Los Alamos National Lab., 1996. DOI: <https://doi.org/10.2172/249299>
- [3] Brown D., Allemang R. The modern era of experimental modal analysis. *Sound & Vibration*, 2007, no. 1, pp. 16–25.
- [4] Золкин С.Н. О некоторых особенностях верификации расчетных моделей изделий РКТ по результатам их динамических испытаний. *Междунар. молодеж. конф. XXXIX Гагаринские чтения. Т. 2*. М., МАТИ, 2013, с. 91–92.
- [5] Межин В.С., Обухов В.В. Сравнительный анализ методов экспериментального подтверждения конечно-элементных моделей конструкции космических аппаратов. *Космическая техника и технологии*, 2016, № 4, с. 14–23.
- [6] Межин В.С., Обухов В.В. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники. *Космическая техника и технологии*, 2014, № 1, с. 86–91.
- [7] Kim H.M., Kaouk M. Final report: Mir structural dynamics experiment. The Boeing Company, Contract No. NAS15-10000, 1998.
- [8] Fitzpatrick K., Grygier M., Laible M., et al. International Space Station modal correlation analysis. In: Simmermacher T., Cogan S., Moaveni B., Papadimitriou C. (eds). *Topics*

*in Model Validation and Uncertainty Quantification, vol. 5. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series.* New York, Springer, 2013, pp. 221–242.

DOI: [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6564-5\\_22](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6564-5_22)

[9] Бобылев С.С., Титов В.А. Исследование диссипативных свойств конструкции Международной космической станции. *Космонавтика и ракетостроение*, 2014, № 4, с. 171–177.

[10] Титов В.А. Контроль бортовой микрогравитационной обстановки и продление сроков эксплуатации долговременной орбитальной станции. *Космические исследования*, 2018, т. 56, № 2, с. 145–155.

DOI: <https://doi.org/10.7868/S0023420618020073>

[11] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М., Мир, 1985.

[12] Gill P.E., Murray W. Algorithms for the solution of the nonlinear least-squares problem. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1978, vol. 15, iss. 5, pp. 977–992.

DOI: <https://doi.org/10.1137/0715063>

[13] Steliga I., Grydzhuk J., Dzhus A. An experimental and theoretical method of calculating the damping ratio of the sucker rod column oscillation. *Eastern-European J. Enterp. Technol.*, 2016, vol. 2, no. 7 (80), pp. 20–25.

DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.66193>

[14] Анисимов А.В., Лиходед А.И., Титов В.А. и др. Верификация динамической модели Международной космической станции в целях реконструкции силовых функций по замеренным бортовым ускорениям. *Космонавтика и ракетостроение*, 2012, № 2, с. 70–78.

[15] Золкин С.Н., Титов В.А. Верификация динамических моделей изделий ракетно-космической техники на основе сопоставления их расчетных и экспериментальных амплитудно-частотных характеристик. *Космонавтика и ракетостроение*, 2013, № 2, с. 28–33.

**Стец Алексей Алексеевич** — аспирант, младший научный сотрудник Центра прочности АО «ЦНИИмаш» (Российская Федерация, 141070, Московская обл., Королёв, ул. Пионерская, д. 4, корп. 22).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Стец А.А. Аппроксимация затухающих колебаний крупногабаритных космических конструкций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2021, № 3 (96), с. 64–76. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-3-64-76>

**APPROXIMATING DAMPED VIBRATIONS  
OF LARGE SPACE STRUCTURES**

**A.A. Stets**

[aleksey.stets@gmail.com](mailto:aleksey.stets@gmail.com)

**Central Research Institute for Machine Building,  
Korolev, Moscow Region, Russian Federation**

**Abstract**

It is possible to use data recorded by onboard acceleration sensors to verify mathematical models of large modular space structures in terms of simulating dynamic processes. The paper investigates an approach to approximating damped oscillations caused by dynamic impacts during operation. Initially, we approximate the response of the structure by summing damped harmonics derived from analysing the frequency spectrum of the dynamic process; then we use the Levenberg — Marquardt algorithm in the parameter space of the harmonic set to find the best match between the real dynamic process and its approximation. We propose a modification of the approach considered which involves employing single harmonics to perform successive approximations of the function of time to be fitted. We show that it is possible to apply the approach proposed to identifying the frequency and dissipative parameters of the structure under consideration. The paper presents the results of testing the approach proposed via artificially generated noisy acceleration functions of time with known parameters, which were reconstructed with a sufficient degree of accuracy. A real-world example provided comprises the results of analysing the ISS accelerometer readings recorded against the background of damped vibrations in its structure that were caused by burns of its attitude control engines

**Keywords**

*Vibration approximation, dissipation, dynamic parameters, accelerations, permanent orbital stations*

Received 11.09.2020

Accepted 15.10.2020

© Author(s), 2021

*The study was supported by Russian Fond for Basic Research (RFBR project no. 19-31-90141)*

**REFERENCES**

- [1] Stets A.A. [The verification of dynamic operations simulation in maintenance of the space stations]. *17 Mezhdunar. konf. "Aviatsiya i kosmonavtika-2018"* [17th Int. Conf. Aviation and Cosmonautics-2018]. Moscow, Lyuksor Publ., 2018, pp. 352-353 (in Russ.).
- [2] Doebling S.W., Farrar C.R., Prime M.B., et al. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Technical Report LA-13070-MS. Los Alamos National Lab., 1996. DOI: <https://doi.org/10.2172/249299>
- [3] Brown D., Allemang R. The modern era of experimental modal analysis. *Sound & Vibration*, 2007, no. 1, pp. 16-25.

- [4] Zolkin S.N. [On some special aspects of computation models verification for rocket technics and its dynamic tests]. *Mezhdunar. molodezh. konf. XXXIX Gagarinskije chteniya. T. 2* [Int. Youth Conf. XXXIX Gagarin Readings. Vol. 2]. Moscow, MATI Publ., 2013, pp. 91–92 (in Russ.).
- [5] Mezhin V.S., Obukhov V.V. The comparative analysis of experimental methods of spacecraft structure dynamic finite element models verification. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii* [Space Engineering and Technology], 2016, no. 4, pp. 14–23 (in Russ.).
- [6] Mezhin V.S., Obukhov V.V. The practice of using modal tests to verify finite element models of rocket and space hardware. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii* [Space Engineering and Technology], 2014, no. 1, pp. 86–91 (in Russ.).
- [7] Kim H.M., Kaouk M. Final report: Mir structural dynamics experiment. The Boeing Company, Contract No. NAS15-10000, 1998.
- [8] Fitzpatrick K., Grygier M., Laible M., et al. International Space Station modal correlation analysis. In: Simmermacher T., Cogan S., Moaveni B., Papadimitriou C. (eds). *Topics in Model Validation and Uncertainty Quantification, vol. 5. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. New York, Springer, 2013, pp. 221–242. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6564-5\\_22](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6564-5_22)
- [9] Bobylev S.S., Titov V.A. Dissipative properties of the International Space Station construction study. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2014, no. 4, pp. 171–177 (in Russ.).
- [10] Titov V.A. Control of the onboard microgravity environment and extension of the service life of the long-term space station. *Cosmic Res.*, 2018, vol. 56, no. 2, pp. 130–139. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0010952518020107>
- [11] Gill P.E., Murray W., Wright M.H. Practical optimization. Emerald Group, 1982.
- [12] Gill P.E., Murray W. Algorithms for the solution of the nonlinear least-squares problem. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1978, vol. 15, iss. 5, pp. 977–992. DOI: <https://doi.org/10.1137/0715063>
- [13] Steliga I., Grydzhuk J., Dzhus A. An experimental and theoretical method of calculating the damping ratio of the sucker rod column oscillation. *Eastern-European J. Enterp. Technol.*, 2016, vol. 2, no. 7 (80), pp. 20–25. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.66193>
- [14] Anisimov A.V., Likhoded A.I., Titov V.A., et al. Dynamic model verification of International Space Station for the purpose of reconstructing force-function on measured roll acceleration. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2012, no. 2, pp. 70–78 (in Russ.).
- [15] Zolkin S.N., Titov V.A. Verification of dynamic models of rocket and space technological products, based on a comparison of calculated and experimental amplitude-frequency characteristics. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2013, no. 2, pp. 28–33 (in Russ.).

**Stets A.A.** — Post-Graduate Student, Research Assistant, Strength Centre, Central Research Institute for Machine Building (Pionerskaya ul. 4/22, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Stets A.A. Approximating damped vibrations of large space structures. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2021, no. 3 (96), pp. 64–76 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-3-64-76>



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышла в свет монография авторов

**И.В. Фомина, С.В. Червона, А.Н. Морозова**

**«Гравитационные волны ранней Вселенной»**

Рассмотрены применение скалярных полей в космологии и методы построения моделей ранней Вселенной на основе их динамики. Выполнен анализ динамики Вселенной на различных стадиях ее эволюции. Проведен расчет параметров космологических возмущений. Представлены методы верификации инфляционных моделей и новые методы детектирования гравитационных волн.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1  
+7 (499) 263-60-45  
[press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru)  
<https://bmstu.press>