# УДК 532.529.5

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ С ОГРАНИЧЕННОЙ ИСКУССТВЕННОЙ ГАЗОВОЙ КАВЕРНОЙ. Ч. 2

## **П. М. Шкапов<sup>1</sup>, М. М. Благовещенская<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва e-mail: spm@bmstu.ru;

<sup>2</sup>Московский государственный университет пищевых производств

Приведены результаты анализа динамики течения жидкости в трубопроводе с ограниченной искусственной газовой каверной, полученные по математической модели, разработанной на основании схематизации ее по экспериментальным данным с визуализацией потока. Указаны направления использования возникающих в рассматриваемой гидросистеме автоколебаний потока в технологиях различных производств.

*Ключевые слова*: гидродинамика, искусственная кавитация, математическое моделирование, устойчивость течения, автоколебания, релаксационные колебания.

### THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS OF DYNAMICS OF FLUID FLOWS WITH A LIMITED ARTIFICIAL GAS CAVITY (PART 2)

# P. M. Shkapov<sup>1</sup>, M. M. Blagoveshchenskaya<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow e-mail: spm@bmstu.ru;

<sup>2</sup>Moscow State University of Food Production, Moscow

Results of analysis of the fluid flow dynamics in a pipeline with a limited artificial gas cavity are presented, which were obtained within the mathematical model developed on the basis of its schematization from experimental data with the flow visualization, as described in Part 1. The areas are indicated for utilization of the flow selfoscillations arising in the hydro-system in the technologies of different industries.

*Keywords*: hydrodynamics, artificial cavern, mathematical modeling, flow stability, self-oscillations, relaxation oscillations.

Анализ непосредственных визульных наблюдений и материалов фото- и скоростной киносъемки, полученных при исследовании динамики ограниченной искусственной газовой каверны в трубопроводе, которые описанны в [1], позволил сделать заключение, что наиболее существенные изменения размеров кавитационного образования при колебаниях в системе в рассматриваемых случаях происходят в осевом направлении, а существующие радиальные волновые возмущения поверхности каверны менее выражены. На этом основании была введена модельная схематизация рассматриваемого кавитационного течения,



Рис. 1. Модельная схематизация ограниченной искусственной газовой каверны с участком подводящего трубопровода:

1 — кавитатор; 2 — трубопровод; 3 — замыкающее гидросопротивление; 4 — магистраль подачи газа за кавитатор

представленная на рис. 1, из которой в частности следует, что объем каверны можно приближенно вычислять по формуле  $V_{\kappa} \approx F_{\kappa 0} l_{\kappa}$ .

Изменение массы газа и жидкости на участке существования каверны описывается при этом уравнениями

$$\frac{dM_{\kappa}}{dt} = G_{\pi} - G_{y},$$

$$\frac{dM_{\kappa}}{dt} = G_{2} - G_{C},$$
(1)

где  $M_{\rm K}$  — масса газа в каверне;  $G_{\rm n}, G_{\rm y}$  — массовые приход газа, подаваемого за кавитатор, и унос газа из каверны соответственно;  $M_{\rm ж}$  — масса жидкости на участке трубопровода с каверной;  $G_2, G_{\rm C}$  — расход жидкости на входе кавитатора в сечении 2–2 и расход жидкости через сжатое сечение С–С потока на выходе ограничивающего участок гидросопротивления.

Связь параметров течения жидкости на входе в участок с расслоенным движением фаз можно записать в виде

$$P_2 - P_{\kappa} = \xi_{\kappa} \frac{\rho_{\kappa} v_2^2}{2},$$
 (2)

где  $v_2 = G_2/(\rho_{\rm w}F)$  — скорость жидкости на входе кавитатора; F — площадь проходного сечения трубопровода;  $P_2, P_{\rm K}$  — давление в сечении 2-2 на входе кавитатора и в каверне соответственно.

Изменение размеров каверны в осевом направлении можно описать, как и в модели А.Н. Иванова [1], полагая, что давление в хвостовой части каверны соответствует давлению жидкости на входе в ограничивающее местное сопротивление ( $P^* = P_4$ ), в виде

$$m^* \frac{d^2 l_{\kappa}(t)}{dt^2} = F_{\kappa 0} \left( P_{\kappa} - P_4 \right), \tag{3}$$

где значение присоединенной массы  $m^*$  должно учитывать колебания газовой полости в стесненном потоке.

Пренебрегая волновыми процессами в газовой полости, в уравнении (2) можно полагать  $P_{\kappa} = P_{\kappa}(t)$ . При этом распространение возмущений в форме бегущих волн по поверхности каверны можно учесть введением времени запаздывания  $\tau$  в связи между расходом жидкости на входе каверны в сечени 2–2 и выходе местного гидросопротивления в сечении С–С в виде

$$G_{\rm C}(t) = G_2(t-\tau),$$

где  $\tau = l_{\kappa 0}/v_{\phi}$  — время распространения волны возмущения по участку с расслоенным движением фаз;  $v_{\phi}$  — фазовая скорость поверхностных волн, которая в общем случае определяется относительной скоростью движения фаз, капиллярным и/или гравитационным механизмами образования. В рассматриваемом случае без закрутки потока можно полагать ее равной средней скорости слоя жидкости между каверной и стенками трубопровода.

Описание уноса газа из ограниченной каверны относится к наиболее сложной области прикладной гидромеханики, в которой исследуется гидродинамическое взаимодействие потоков жидкости и газа в местном гидросопротивлении. До настоящего времени отсутствует однозначное мнение о физических особенностях этого процесса, исследования которого ведутся достаточно интенсивно. Одной из моделей движения смеси через сужающие поток гидросопротивления является схема с условно независимым истечением фаз, разработанная и применяемая в исследованиях Дж. Хьюитт и Н. Холл-Тейлора [2], не требующая проведения специальных измерений и составления сложных расчетных программ. Физической основой этой модели является предположение о том, что гипотетическое газосодержание  $\beta_{\rm c}$ в суженном сечении С-С истекающей двухфазной струи определяется процессами в самом местном сопротивлении и истечение фаз идет без их взаимодействия, так что перепады давления на выходном местном гидросопротивлении по каждой из фаз описываются формулами

$$\Delta P_{\mathbf{x}} = P_4 - P_{\rm C} = \frac{G_{\rm C}^2}{2\mu^2 F_0^2 \left(1 - \beta_{\rm c}\right)^2 \rho_{\mathbf{x}}};$$

$$\Delta P_{\rm r} = P_{\rm \kappa} - P_{\rm C} = \frac{G_{\rm y}^2}{2\mu^2 F_0^2 \beta_{\rm c}^2 \rho_{\rm r}},$$
(4)

где  $F_0$  — площадь проходного сечения ограничивающего местного гидросопротивления;  $\rho_{\pi}$ ,  $\rho_{\Gamma}$  — плотности фаз;  $\mu$  — коэффициент поджатия истекающего потока.

В соответствии с принятой схематизацией кавитационного течения (см. рис. 1) для случая  $G_{\rm C} \gg G_{\rm y}$  жидкость представляется в виде "непротекающего клапана", перекрывающего выходное сечение газовой фазе и регулирующего тем самым давление газа в каверне [3].

Линеаризованная система уравнений (1)–(4) с учетом зависимости для сжимаемости газа в каверне, постоянства значений давления на входе кавитатора ( $P_2 = \text{const}$ ) и массового расхода газа, подаваемого за кавитатор через шайбу (см. рис. 1) в магистрали подачи газа с критическим значением перепада давления на ней, а также в предположении, как и в других моделях, массы газа в каверне неизменной, позволяет получить обыкновенное дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, описывающее динамику ограниченной газовой каверны [4],

$$\frac{d^2\delta V_{\kappa}}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\delta V_{\kappa}}{dt} + \alpha_0 \delta V_{\kappa} + \alpha_1 \delta V_{\kappa}(t-\tau) = 0,$$
(5)

где  $\varepsilon = F_{\kappa 0} \rho_{\pi} / (\lambda K); \ \alpha_0 = E_{\kappa} / (\lambda l_{\kappa 0}); \ \alpha_1 = F E_{\kappa} / (\lambda K \xi_2 v_{20} l_{\varkappa 0}); \ E_{\kappa} - c$ жимаемость газа в каверне;  $K = \mu F_0 \sqrt{\frac{\rho_{\pi}}{2(P_4 - P_C)}}; \ \delta V_{\kappa} = F_{\kappa 0} \delta l_{\kappa}.$ 

Анализ уравнения (5) позволил исследовать устойчивость рассматриваемого кавитационного образования, методом *D*-разбиения найти границы областей устойчивости и выявить условия возникновения колебаний [4].

Предложенная схематизация кавитационного образования и разработанная на ее основе математическая модель отражают основные физические особенности рассматриваемого гидродинамического процесса. Используемые и полученные уравнения и соотношения на основе данного подхода позволяют не только проанализировать особенности динамики собственно ограниченной искусственной газовой каверны, но и использовать их для исследования динамики течения жидкости в трубопроводных гидросистемах. Для этого, в частности, на основе той же линеаризованной системы уравнений (1)–(4), полагая в соотношении (2)  $P_2 \neq$  const и принимая изменение возмущенных значений параметров от времени в форме  $\delta \Pi(t) = \delta \Pi_0 \exp(i\omega t)$ , где  $\delta \Pi_0, \omega$  амплитудное значение и частота изменения параметра соответственно, можно получить выражение для импеданса в сечении 2–2 подводящего трубопровода на входе ограниченной искусственной газовой каверны в виде [5]

$$z_2 = \frac{\delta P_2}{\delta v_2} = R_2 - z_{22} \exp\left(-i\omega\tau\right).$$
(6)

Здесь  $R_2 = \xi_{\kappa} \rho_{\pi} v_{20}$ ;  $z_{22} = [B(\omega)/z'_2 + 1/z''_2]^{-1}$ ;  $z'_2 = -FE_{\kappa}/(\omega V_{\kappa 0})$  – составляющая импеданса, учитывающая сжимаемость среды в объеме

120



Рис. 2. Характерный вид изменения граничного импеданса в сечении 2-2 трубопровода на входе ограниченной искусственной газовой каверны

газовой полости;  $z_2'' = F \rho_{\rm m}/K$  — составляющая импеданса, связанная с учетом гидравлического сопротивления, ограничивающего участок с расслоенным движением газа и жидкости;  $B(\omega)$  — комплекс, учитывающий инерционное развитие пульсаций газовой полости.

Характерный вид зависимости  $\bar{z}_2 = z_2(\omega)/z_0$  ( $z_0$  – волновое сопротивление потока жидкости в трубопроводе) на плоскости ( $\operatorname{Re}[\bar{z}_2(\omega\tau)]$ ,  $\operatorname{Im}[\bar{z}_2(\omega\tau)]$ ) иллюстрирует кривая I на рис. 2, имеющая вид скручивающейся по мере увеличения фазы спирали. На том же рисунке показана граница устойчивости в виде линии 2, из пересечения с которой находятся значения частот  $\omega_{irp}$  на границе устойчивости, так что частотные области неустойчивости для рассматриваемой системы составляют диапазоны

$$\omega_{1rp} < \omega < \omega_{2rp};$$
  
 $\omega_{3rp} < \omega < \omega_{4rp}.$ 

При учете нелинейности в рассматриваемой математической модели в работах [6, 7] исследован механизм автоколебаний в системе и показана возможность перехода к релаксационным колебаниям. При этом учтено, что основные нелинейности, обуславливающие ограничение процесса нарастания амплитуд колебаний, связаны с видом зависимости расхода жидкости  $G_2$ , поступающей на вход кавитатора, от давления газа  $p_{\kappa}$  в каверне

$$\delta p_{\kappa} + \eta \delta p_{\kappa}^3 = -R_2 \delta G_2, \tag{7}$$

где  $\eta$  — коэффициент нелинейности.

Тогда динамика изменения объема кавитационного образования может быть описана уравнением Ван дер Поля [6]

$$\frac{d^2\delta V_{\kappa}}{dt^2} - \left[ (\alpha_1 \tau - \varepsilon) - \eta \delta V_{\kappa}^2 \right] \frac{d\delta V_{\kappa}}{dt} + \omega_0^2 \delta V_{\kappa} = 0.$$
(8)

В уравнении (8)  $\omega_0 = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1}$ .

С учетом (7) выражение для импеданса в сечении 2-2 на входе кавитатора вместо (6) принимает вид

$$z_2 = R_2 + \left(1 + \frac{3}{4}\eta A_p^2\right) z_{22} \exp(-i\omega\tau),$$
(9)

где  $A_p$  – амплитудное значение колебаний давления газа в каверне.

Приравнивая действительную и мнимую части импеданса (9) соответственно значениям  $\text{Re}z_{2rp}$  и  $\text{Im}z_{2rp}$  на границе устойчивости, получаем систему трансцендентных уравнений для определения амплитуд и частот автоколебательных процессов в виде [6]

$$\frac{\operatorname{Re}\bar{z}_{22}\cos(\omega^{*}\tau) + \operatorname{Im}\bar{z}_{22}\sin(\omega^{*}\tau)}{\operatorname{Re}\bar{z}_{22}\sin(\omega^{*}\tau) + \operatorname{Im}\bar{z}_{22}\cos(\omega^{*}\tau)} = \frac{\operatorname{Re}\bar{z}_{2rp} - \bar{R}_{2}}{-\operatorname{Im}\bar{z}_{2rp}};$$

$$(A_{p})^{2} = \left(\frac{\operatorname{Re}\bar{z}_{2rp} - \bar{R}_{2}}{\operatorname{Re}\bar{z}_{22}\cos(\omega^{*}\tau) + \operatorname{Im}\bar{z}_{22}\sin(\omega^{*}\tau)} - 1\right) \left(\frac{3}{4}\eta\right)^{-1},$$
(10)

где  $\omega^*$  — частота автоколебаний,  $\bar{R}_2 = R_2/z_0$ ,  $\bar{z}_{22} = z_{22}/z_0$ ,  $z_0 = \rho_{\rm m}a$ . Как следует из выражения (10), в данном случае характерная особенность процесса — это независимость частоты автоколебаний от амплитуды.

Настройки проектных параметров разработанной математической модели, проведенные на основе гибридных методов глобальной оптимизации, позволяют удовлетворительно согласовать расчетные и экспериментальные данные по динамическим характеристикам процесса пульсаций в рассматриваемой системе [8].

Соотношения (10) отвечают общему характеру поведения подобных систем при наличии запаздывания. Устойчивость предельных циклов автоколебаний можно оценить либо по знаку коэффициента затухания в переходных процессах установления стационарных циклов автоколебаний, либо по методу *D*-разбиения.

Анализ уравнения (8) показывает, что в случае существенного отклонения параметров системы в зону неустойчивости установившиеся автоколебания все более будут отличаться от гармонических и в итоге в системе устанавливаются релаксационные автоколебания, характеризующиеся значением размаха колебаний, соизмеримым со средним уровнем давления в потоке. Колебания в таком случае имеют характер последовательных гидроударов с возможной инверсией скорости потока. Размах пульсаций можно оценить по формуле Н.Е. Жуковского для гидроудара, а основной период в случае  $\alpha_1 \tau \gg \varepsilon$  составляет  $T \approx 1,614\tau$ .

Таким образом, проведенные исследования показывают, что наличие в трубопроводе с капельной жидкостью ограниченной искусственной газовой каверны приводит на определенных режимах работы гидромеханической системы к возникновению неустойчивости течения и развитию автоколебательного процесса, характеризующегося существенными пульсациями давления и расхода фаз, в котором ограниченная искусственная газовая каверна выступает в роли генератора колебаний в связанной колебательной системе гидролиния–каверна.

В рассматриваемой автоколебательной системе постоянным источником энергии являются устройства, обеспечивающие проток жидкости (насос и/или наддуваемый расходный бак) и подачу газа за кавитатор (компрессор или баллон сжатого газа), а обратная связь, регулирующая процесс поступления энергии в колебательную систему, осуществляется по участку существования ограниченной газовой каверны в виде поверхностной волны возмущения сносового типа, связывающей при временном запаздывании расход жидкости на входе и выходе каверны с давлением газа в ней.

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о широком диапазоне параметров пульсационного процесса, который можно реализовать в гидросистемах с ограниченной искусственной газовой каверной. В экспериментальных исследованиях практически перекрывался диапазон от 2 до 100 Гц с размахом пульсаций давления от минимального до значений, соответствующих гидроудару, а скорость жидкости менялась вплоть до изменения своего направления.

Прикладное значение проведенных теоретических и экспериментальных исследований состоит в том, что внедрение интенсивных инновационных технологий с использованием вибраций оборудования и пульсаций потока является одним из приоритетных направлений развития многих производств в пищевой, химической, энергетической и других отраслях промышленности, а также в коммунальном хозяйстве. Колебательные режимы течения рабочих сред используются в процессах смешения, растворения, фильтрации, экстракции, мойки продуктов, промывки внутренних и внешних поверхностей оборудования и агрегатов, для интенсификации теплообмена, а также для динамических испытаний и отработки гидравлических и топливных систем летательных аппаратов, при проведении ресурсных испытаний. Создание пульсирующих потоков достигается применением разных способов и устройств, обеспечивающих создание потока среды с заданными параметрами колебательного движения. Наиболее широкое применение для создания пульсаций в технологических процессах получили способы, основанные на регулировании проходного сечения внутреннего потока с помощью различных механических устройств дроссельного типа. Для тех же целей используют последовательное подключение рабочего участка к магистралям высокого и низкого давления, гидродинамическую кавитацию, автоколебания клапанов, вибрации мембран и другие приемы. Рассмотренная в работе возможность создания пульсаций потока на основе автоколебаний ограниченной искусственной газовой каверны с выявленным механизмом этого процесса является альтернативой перечисленным способам, имеет реальные перспективы применения и ряд преимуществ использования в технологических производственных процессах [7, 9–11].

**Выводы.** Проведены исследования течений с ограниченной искусственной газовой каверной и выявлены особенности динамики этого локального образования из широкого многообразия фундаментальных гидромеханических процессов при кавитации.

Исследования проведены при поддержке гранта Президента РФ для ведущих научных школ № НШ-5271.2010.8.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

124

- 1. Шкапов П. М., Благовещенская М. М. Математические модели и экспериментальные исследования динамики течений жидкости с развитой искусственной газовой каверной в потоке. Часть 1 // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2012. – № 3. – С. 109–114.
- 2. Хьюитт Дж., Холл Тейлор Н. Кольцевые двухфазные течения. М.: Энергия, 1974. 408 с.
- 3. Базаров В. Г., Люлька Л. А. Исследование автоколебательного режима жидкостной пелены в соосном воздушном потоке // Изв. вузов. Авиационная техника. 1978. № 3. С. 19–24.
- 4. К и н е л е в В. Г., Ш к а п о в П. М. Динамика ограниченной газовой каверны в трубопроводе // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 61, № 4. С. 578–585. (Journal of engineering physics. 1992. V. 61, по. 4. Р. 1218–1224).
- 5. Кинелев В. Г., Шкапов П. М. Устойчивость и колебания жидкости в трубопроводе с ограниченной газовой каверной в потоке // Теоретические основы химической технологии. – 1997. – № 4. – С. 341–345.
- Ш к а п о в П. М., С у л и м о в В. Д. Устойчивость и колебания трубопроводных систем с ограниченной искусственной газовой каверной в потоке // Труды VIII Всероссийской науч. конф. "Нелинейные колебания механических систем".
   Н. Новгород, 22–26 сентября 2008 г. Т. 2. Н. Новгород: Диалог культур, 2008. С. 436–439.
- 7. Ш к а п о в П. М. Создание пульсирующих потоков жидкости на основе автоколебаний ограниченной искусственной газовой каверны // Хранение и переработка сельхозсырья. – 2010. – № 9. – С. 55–58.

- 8. Благовещенская М. М., Сулимов В. Д., Шкапов П. М. Методология разработки основ моделирования и диагностики гидромеханических систем по их динамическим характеристикам // Труды XVII Международной научно-метод. конф. Высокие интеллектуальные технологии и инновации в образовании и науке 11–12 февраля 2010 г. СПб, 2010. С. 95–98.
- 9. К и н е л е в В. Г., Ш к а п о в П. М. Способ очистки различных поверхностей и устройство для его осуществления // Патент RU № 208496 С1 от 20.07.97. (Бюл. № 20).
- 10. Ш к а п о в П. М., Б л а г о в е щ е н с к а я М. М. Теоретическое и экспериментальное исследование динамики течения жидкости в трубопроводе с ограниченной искусственной газовой каверной // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011, № 4 (3). – С. 1275–1277.
- 11. Ш к а п о в П. М. и др. Математическое моделирование динамики ограниченной искусственной газовой каверны // XXIV Международная научная конф. "Математические методы в технике и технологиях — ММТТ-24". Пенза, 20– 25 сентября 2011 г. Сб. трудов XXIV Международной научной конференции: Секция 12. – Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2011. – С. 45–49.

Статья поступила в редакцию 24.10.2011