

А. А. В а л и ш и н, Т. С. С т е п а н о в а,
Э. М. К а р т а ш о в

ОБОБЩЕННЫЙ ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ВНУТРЕННИХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПОЛИМЕРНЫХ И КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Разрушение материала рассматривается как процесс накопления во времени внутренних микрповреждений. Введено понятие памяти материала о нанесенных ему повреждениях. Для материалов с произвольным видом памяти сформулирован обобщенный принцип суперпозиции повреждений.

E-mail: enf@mail.ru

Ключевые слова: температурно-временная зависимость прочности, обобщенный принцип суперпозиции, интегральная функция поврежденности.

Реальные полимерные и композиционные материалы — это существенно неоднородные материалы. В широком смысле слова, любой современный материал является неоднородным композитом, поскольку в нем присутствуют различные фракции, компоненты, наполнители, трещины, другие макро- и микродефекты и т.д.

Разрушение неоднородных материалов локализовано в наиболее слабых местах (в вершинах трещин, в слабых местах структуры и др.). Процесс накопления локальных разрушений развивается во времени до некоторого критического состояния, когда изделие разрушается или теряет способность выполнять свое назначение. Именно накоплением внутренних повреждений во времени обусловлено фундаментальное явление температурно-временной зависимости прочности (ТВЗП). Экспериментально установлено [1], что ТВЗП присуща практически всем материалам, но проявляется по-разному в разных, прежде всего, температурных диапазонах, т.е. “степень проявления” ТВЗП определяется, прежде всего, температурой испытания или эксплуатации. Для многих полимерных материалов температурный диапазон эксплуатации лежит в области нормальных температур, не слишком далеких от комнатной. В этом диапазоне определяющим для разрушения является ТВЗП. Наиболее полно ТВЗП исследована в статических испытаниях при постоянном одноосном растягивающем напряжении и постоянной температуре [1]. К настоящему времени экспериментально установлены четыре статические модели ТВЗП, выражаемые формулами Журкова, Регеля–Ратнера, Ратнера, Бартенева [1–3]. Однако ТВЗП проявляется и при любых динамических испытаниях, как при простом, так и при сложном напряженном состоянии. Именно динамические, т.е.

переменные во времени, прежде всего температурно-силовые условия характерны для практики эксплуатации конструкций и изделий. Поэтому вопросы расчета и прогнозирования прочности в динамических условиях на основе ТВЗП весьма актуальны.

К проблеме предсказания прочности при динамическом режиме механического нагружения исследователи обращались неоднократно. Следует отметить работы Ю.Н. Работнова [4], Ю.В. Суворовой с сотрудниками [5–7], А.А. Ильюшина и Б.Е. Победри [8], И.А. Волкова и Ю.Г. Коротких [9].

В литературе известны критерии разрушения, основанные на понятии накопления повреждений, предложенные в рамках модели сплошной среды [4–10]. Как правило, вводится мера поврежденности материала, т.е. некоторая величина, характеризующая процесс разрушения, протекающий во времени. Окончательное разрушение произойдет тогда, когда поврежденность достигает определенного значения. Но критерии динамической прочности, основанные на идее накопления повреждений, в упомянутых работах относились только к переменному внешнему механическому напряжению и не затрагивали переменность других внешних факторов, определяющих кинетику накопления повреждений, в первую очередь переменность температуры. Кроме того, не принималась во внимание ТВЗП. В настоящей статье сформулирован обобщенный принцип суперпозиции внутренних повреждений при переменности различных внешних факторов. Рассматривается переменность двух главных факторов — механического напряжения и температуры, хотя принцип может быть распространен и на учет переменности других факторов, например: дозы различного облучения или концентрации поверхностно-активных веществ.

Рассмотрим случай одноосного напряженного состояния, когда температура испытуемого образца следует за изменением температуры окружающей среды (термостата, в котором находится образец). В лабораторных испытаниях на прочность, как правило, испытуемый образец имеет малые размеры, поэтому при достаточно медленном изменении температуры термостата в образце в каждый момент устанавливается тепловое равновесие с окружающей средой, вследствие чего температура образца изменяется во времени вслед за температурой термостата. Предложенный в статье для этих условий обобщенный принцип суперпозиции повреждений может иметь и более широкое применение. Например, известно, что разрушение материалов в большинстве практически важных случаев (разрушение деталей конструкций и изделий) локализовано в малой окрестности вершины распространяющейся трещины. Поэтому на кинетику разрушения решающим образом влияют температурно-силовые условия именно

вблизи трещины. Поле механических напряжений вблизи трещины неоднородно, но, как показывают теория и эксперимент, для трещин нормального отрыва решающую роль играет растягивающая компонента напряжений, перпендикулярная к линии трещины [11, 12]. Поэтому в соответствии с известным принципом микроскопа [13] результаты, полученные для случая переменного одноосного напряжения, применимы и к анализу локального разрушения в вершине растущей трещины при сложном напряженном состоянии.

С момента приложения к образцу внешнего механического напряжения в нем развивается процесс постепенного накопления повреждений, который заканчивается разделением образца на части. Длительность этого процесса и определяет долговечность образца. С этой точки зрения разрушение есть процесс накопления внутренних повреждений. Когда поврежденность образца достигает критического значения, он разрушается. При этом внутренние повреждения могут быть выработаны различными способами. Например, для материалов, которые по прочностной классификации относятся к категории низкопрочных, процесс разрушения характеризуется размером постепенно растущей трещины, для высокопрочных материалов — постепенным накоплением субмикротрещин с последующим их частичным слиянием и образованием магистральной трещины.

Из сказанного выше следует, что существует две функции поврежденности: дифференциальная функция $\varphi(t)$ или плотность поврежденности, которая характеризует поврежденность образца в данный момент времени в статических условиях испытания, и интегральная функция $\Psi(t)$, которая определяет накопленную к данному моменту поврежденность. Они связаны друг с другом соотношением

$$\Psi(t, l_0, \sigma, T) = \int_0^t K(t - \zeta) \varphi(\zeta, l_0, \sigma, T) d\zeta, \quad (1)$$

где ядро $K(t - \zeta)$ — это функция памяти материала о нанесенных ему повреждениях. Память бывает трех видов — совершенная, частичная и отсутствие памяти. Для каждого случая нами получена своя функция памяти.

Статическая мера разрушения в данный момент времени t , т.е. интегральная функция поврежденности $\Psi(t, l_0, \sigma, T)$, определяется конкретным микроскопическим механизмом разрушения. Это может быть, например, текущий размер постепенно растущей магистральной трещины или текущая концентрация микротрещин. Феноменологически, без детализации этого механизма, меру разрушения можно, например, определить следующим образом. В статических условиях испытания при $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$ образец характеризуется

долговечностью τ , т.е. временем его жизни в этих условиях. Так как интегральная функция Ψ характеризует накопленные к моменту t повреждения, то естественно в качестве меры поврежденности взять отношение t/τ , т.е. долю “прожитого” образцом времени от “отмеренного” ему срока τ . Сюда остается только добавить начальную поврежденность l_0 . Тогда феноменологическая статическая мера поврежденности образца будет равна

$$\Psi(t, l_0, \sigma, T) = l_0 + \frac{t}{\tau}. \quad (2)$$

Плотность поврежденности при этом равна

$$\varphi(t) = \frac{1}{\tau(\sigma, T)}. \quad (3)$$

Критерий разрушения в статических условиях формулируется так: $\Psi(t_p, l_0, \sigma, T) = l_0 + 1$. Для меры разрушения (2) это означает, что $t_p = \tau$, т.е. время до разрушения образца равно его статической долговечности, что и следовало ожидать.

Все до сих пор сказанное относилось к статическим условиям испытания при постоянных напряжениях и температуре. Теперь сделаем обобщение на случай переменных условий испытания, когда внешние управляющие параметры — напряжение σ и температура T — изменяются в процессе испытания.

Будем считать известной меру поврежденности $\Psi(t, l_0, \sigma, T)$ в статических условиях испытания, когда $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$. Исходя из этого, получим меру поврежденности для кусочно-постоянного режима испытания. Произвольный непрерывный режим, когда напряжение и температура — непрерывные функции времени, можно аппроксимировать последовательностью кусочно-постоянных режимов, сходящейся к заданному непрерывному режиму. При этом для каждого кусочно-постоянного режима уже известна мера поврежденности.

Получим последовательность таких мер. Если она сходится к некоторой функции, то ее и будем считать мерой поврежденности при непрерывном режиме испытания. Реализация этой программы приводит к уравнению

$$l(t) = \Psi(t, l(0), \sigma(0), T(0)) + \int_0^t \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} (1 - \zeta, l(\zeta), \sigma(\zeta), T(\zeta)) d\sigma(\zeta) + \frac{\partial \Psi}{\partial T} (t - \zeta, l(\zeta), \sigma(\zeta), T(\zeta)) dT(\zeta) \right). \quad (4)$$

Это уравнение определяет кинетику накопления повреждений в материале при произвольном динамическом температурно-силовом режиме испытания. По отношению к динамической мере поврежденности

$l(t)$ оно является интегро-дифференциальным уравнением. Из него, как частные случаи, следуют уравнения для условий испытаний, когда изменяется только напряжение или только температура. Первое, не входящее под знак интеграла слагаемое в уравнении (4) определяет текущую поврежденность образца, как если бы напряжение и температура оставались неизменными в процессе испытания и равными начальным значениям; интеграл — это добавка, обусловленная переменностью напряжения и температуры.

Уравнение (4) справедливо для произвольной статической меры разрушения $\Psi(t, l_0, \sigma, T)$. В частности, если взять феноменологическую меру (2), то из (4) получим

$$l(t) = l_0 + \frac{t}{\tau(\sigma_0, T_0)} - \int_0^t \frac{t - \zeta}{\tau^2(\sigma(\zeta), T(\zeta))} \left(\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} d\sigma(\zeta) + \frac{\partial \tau}{\partial T} dT(\zeta) \right), \quad (5)$$

где σ_0, T_0 — начальные значения напряжения и температуры. Отсюда получается критерий динамического разрушения, когда мера разрушения $l(t)$ в момент $t = t_p$ достигает предельного значения, равного $l_0 + 1$, т.е.

$$\frac{t_p}{\tau(\sigma_0, T_0)} - \int_0^{t_p} \left(\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} d\sigma(\zeta) + \frac{\partial \tau}{\partial T} dT(\zeta) \right) \frac{t_p - \zeta}{\tau^2} = 1. \quad (6)$$

Из уравнения (6) может быть определено время до разрушения t_p , т.е. динамическая долговечность, при переменных условиях испытания. Известный в литературе по полимерным материалам критерий Бейли является частным случаем полученного обобщенного принципа суперпозиции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р е г е л ь В. Р., С л у ц к е р А. И., Т о м а ш е в с к и й Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. — М.: Наука, 1974. — 560 с.
2. Р а т н е р С. Б., Я р ц е в В. П. Физическая механика пластмасс. — М.: Химия, 1992. — 320 с.
3. Б а р т е н е в Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров. — М.: Химия, 1984. — 280 с.
4. Р а б о т н о в Ю. Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. — М.: Изд-во АН СССР, 1959. — С. 5–7.
5. С у в о р о в а Ю. В. О критерии прочности, основанном на накоплении поврежденности, и его приложении к композитам // Изв. АН СССР. МТТ. — 1979. — № 4. — С. 107–111.
6. С у в о р о в а Ю. В., А х у н д о в М. Б. Длительное разрушение изотропной среды в условиях сложного напряженного состояния // Машиностроение. — 1986. — № 4. — С. 40–46.

7. Суворова Ю. В., Ахундов М. Б., Иванов В. Т. Деформирование и разрушение повреждающихся изотропных тел при сложном напряженном состоянии // Механика композиционных материалов. – 1987. – № 3. – С. 396–402.
8. Ильюшин А. А., Победря Б. Е. Основы математической теории вязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 470 с.
9. Волков И. А., Коротких Ю. Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
10. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 358 с.
11. Карташов Э. М. Современные представления кинетической термофлуктуационной теории прочности полимеров // Итоги науки. Сер. Химия и технология высокомолекулярных соединений. ВИНТИ. – М.: Наука, 1991. – Т. 27. – 110 с.
12. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
13. Партон В. З. Механика разрушения. – М.: Наука, 1990. – 239 с.

Статья поступила в редакцию 14.09.2010

Анатолий Анатольевич Валишин — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Математическое моделирование и математическая физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана, профессор кафедры “Высшая и прикладная математика” Московской государственной академии тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова.

A.A. Valishin — D. Sc. (Phys.-Math.), professor of “Mathematical Simulation and Mathematical Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University, professor of “Higher and Applied Mathematics” department of the Lomonosov Moscow State Academy of Fine Chemical Technology.

Татьяна Сергеевна Степанова — аспирант Московской государственной академии тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова.

T.S. Stepanova — post-graduate of the Lomonosov Moscow State Academy of Fine Chemical Technology.

Эдуард Михайлович Карташов — д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой “Высшая и прикладная математика” Московской государственной академии тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова.

E.M. Kartashov — D. Sc. (Phys.-Math.), head of “Higher and Applied Mathematics” department of the Lomonosov Moscow State Academy of Fine Chemical Technology.

