

ТЕМПЕРАТУРНОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛОСКОГО СЛОЯ ПОЛИМЕРНОГО ДИЭЛЕКТРИКА С ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ

В.С. Зарубин

fn2@bmstu.ru

И.Ю. Савельева

inga.savelyeva@bmstu.ru

И.В. Станкевич

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Построенной математической модели, описывающей при переменном напряжении установившееся температурное состояние плоского однородного слоя полимерного диэлектрика с немонотонной зависимостью диэлектрических потерь от температуры, поставлено в соответствие интегральное соотношение, учитывающее возможное изменение коэффициента теплопроводности диэлектрика с температурой. Количественный анализ интегрального соотношения позволяет определить условия, при которых возникает состояние теплового пробоя диэлектрика, и предельное распределение температуры по толщине слоя перед наступлением этого состояния

Ключевые слова

Диэлектрик, температурное состояние, математическая модель, интегральное соотношение, тепловой пробой диэлектрика

Поступила в редакцию 22.09.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Работа выполнена в рамках государственных заданий Минобрнауки России (проекты № 9.7784.2017/БЧ и № 9.2422.2017/ПЧ)

Введение. В различных электро- и радиотехнических устройствах, работающих при высоких эксплуатационных нагрузках, достаточно широко применяют полимерные диэлектрические материалы. Вызванное диэлектрическими потерями объемное энерговыделение в таких материалах приводит к повышению рабочей температуры диэлектрика. В случае недостаточно интенсивного теплоотвода выделяющейся энергии в окружающую среду температура диэлектрика возрастает, что для большинства используемых полимерных материалов вызывает увеличение диэлектрических потерь. В результате может возникнуть положительная обратная связь, приводящая к дальнейшему росту температуры. При этом установившееся температурное состояние диэлектрика станет невозможным, температура диэлектрика превысит допустимое для используемого полимерного материала значение и возникнет состояние так называемого теплового пробоя диэлектрика (в отличие от пробоя электрического [1–3]), приводящее к тепловому разрушению материала (расплавлению, науглероживанию, обугливанию [4]).

Среди полимерных материалов выделяют неполярные и полярные диэлектрики, отличающиеся характером зависимости диэлектрических потерь от температуры. В неполярных полимерных диэлектриках эти потери связаны в основном

с эффектом сквозной проводимости полимерного материала и, как правило, монотонно возрастают с увеличением температуры. В полярных диэлектриках, наряду со сквозной проводимостью, существенную роль играют явления поляризации отдельных фрагментов молекулярной структуры полимера, что приводит к немонотонной температурной зависимости тангенса угла диэлектрических потерь, имеющей в рабочем диапазоне значений температуры один или несколько максимумов [5–7]. Как правило, с увеличением частоты рабочего напряжения эти максимумы смещаются в направлении более высоких значений температуры. Такая особенность температурной зависимости диэлектрических свойств полярных полимерных диэлектриков существенно усложняет анализ их температурного состояния и оценку работоспособности устройств, в которых применяются такие диэлектрики.

Известные математические модели, описывающие температурное состояние диэлектриков, и построенные на основе этих моделей теории теплового пробоя разработаны применительно к монотонно возрастающей зависимости диэлектрических потерь от температуры [1–3]. Эту зависимость обычно аппроксимируют возрастающей экспоненциальной функцией с показателем, пропорциональным температуре. Для расширения возможностей количественного анализа температурного состояния полимерных диэлектриков с немонотонной зависимостью диэлектрических потерь от температуры и установления условий вероятного возникновения теплового пробоя таких диэлектриков могут быть применены современные методы математического моделирования [8, 9]. В настоящей работе для плоского слоя полимерного диэлектрика с произвольным характером зависимости диэлектрических потерь от температуры построена математическая модель, описывающая установившееся распределение температуры в этом слое. Такой модели поставлено в соответствие интегральное соотношение, позволяющее проанализировать температурное состояние диэлектрика и установить условия, при которых наступает состояние теплового пробоя.

Постановка задачи. При малой толщине h по сравнению с размерами плоского слоя диэлектрика в тангенциальных направлениях и постоянных условиях теплообмена на каждой поверхности этого слоя установившееся распределение температуры $T(z)$ в нем можно полагать одномерным, зависящим лишь от одной координаты z в направлении общей нормали к этим поверхностям. Отсчет этой координаты выберем на одной из поверхностей слоя. Тогда координата точек на другой поверхности будет равна $z = h$.

Одномерное установившееся распределение температуры в плоском слое диэлектрика, материал которого имеет зависящий от температуры коэффициент теплопроводности $\lambda(T)$, удовлетворяет дифференциальному уравнению [10]

$$\frac{d}{dz} \left(\lambda(T) \frac{dT(z)}{dz} \right) + q_V(T) = 0. \quad (1)$$

Здесь $q_V(T)$ — зависящая от температуры объемная мощность энерговыделения, обусловленная диэлектрическими потерями в этом слое [11, 12],

$$q_V(T) = E^2 \gamma_a(T), \quad (2)$$

где E — напряженность электрического поля; $\gamma_a(T)$ — зависящая от температуры удельная объемная активная проводимость диэлектрика при переменном напряжении,

$$\gamma_a(T) = \omega \varepsilon_0 \varepsilon''(T) = 2\pi f_0 \varepsilon_0 \varepsilon'(T) \operatorname{tg} \delta(T) \approx f_0 \frac{\varepsilon'(T) \operatorname{tg} \delta(T)}{1,8 \cdot 10^{10}}. \quad (3)$$

Здесь ω — угловая (круговая) частота изменения напряжения; $\varepsilon_0 \approx 8,8542 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная; $\varepsilon''(T) = \varepsilon'(T) \operatorname{tg} \delta(T)$ — коэффициент диэлектрических потерь; $f_0 = \omega / (2\pi)$ — частота переменного напряжения; $\varepsilon'(T)$ — относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика; $\delta(T)$ — угол диэлектрических потерь.

Если для рассматриваемого полярного диэлектрика допустимо пренебречь зависимостью относительной диэлектрической проницаемости от температуры, то в плоском слое такого диэлектрика напряженность электрического поля можно принять постоянной и выразить через абсолютное значение разности электрических потенциалов ΔU на поверхностях слоя диэлектрика, записав

$$E = \Delta U / h. \quad (4)$$

Тогда формула (2) с учетом соотношений (3) и (4) примет вид

$$q_V(T) = (\beta_* / h)^2 \varepsilon''(T), \quad (5)$$

где $\beta_*^2 = (\Delta U)^2 f_0 / (1,8 \cdot 10^{10})$. Поскольку $\varepsilon''(T) > 0$, значения функции $q_V(T)$ будут также положительными.

Решение уравнения (1) должно удовлетворять граничным условиям, которые зададим в виде

$$\left. \frac{dT(z)}{dz} \right|_{z=0} = 0, \quad T(h) = T_*, \quad (6)$$

где T_* — заданное значение температуры на поверхности слоя при $z = h$. Первое равенство (6) определяет условие идеальной теплоизоляции поверхности слоя при $z = 0$, что равносильно рассмотрению плоского слоя толщиной $2h$, на обеих поверхностях которого заданы одинаковые значения температуры. Из заданных граничных условий при $\lambda(T) > 0$ и $q_V(T) > 0$ следует, что значение T_* будет определять точную нижнюю грань множества возможных значений температуры в слое диэлектрика, а значение $T_0 = T(0)$, соответствующее температуре на идеально теплоизолированной поверхности слоя диэлектрика, является точной верхней гранью этого множества.

В силу нелинейности уравнения (1) решение поставленной задачи в общем случае не удается представить соотношением, разрешенным относительно искомого распределения $T(z)$ температуры в слое диэлектрика. Однако при известных функциях $\lambda(T)$ и $\varepsilon''(T)$ можно построить интегральное соотношение, связывающее эти функции с распределением температуры.

Интегральное соотношение. Подстановка $p = \lambda(T)dT(z)/dz$ позволяет получить первый интеграл уравнения (1), который с учетом формулы (5) примет вид

$$\left(\lambda(T) \frac{dT(z)}{dz} \right)^2 = C_1 - 2 \frac{\beta_*^2}{h^2} \int_{T_*}^T \varepsilon''(T') \lambda(T') dT'. \quad (7)$$

Используя первое равенство (6), константу C_1 можно выразить через неизвестное значение T_0 , записав

$$C_1 = 2 \frac{\beta_*^2}{h^2} \int_{T_*}^{T_0} \varepsilon''(T') \lambda(T') dT'.$$

После подстановки этого равенства в формулу (7) получим дифференциальное уравнение первого порядка

$$\lambda(T) \frac{dT(z)}{dz} = \pm \frac{\beta}{h} \left(2 \int_{T_*}^{T_0} \varepsilon''(T') \lambda(T') dT' \right)^{1/2},$$

в котором исходя из физического смысла задачи следует в правой части равенства выбрать знак «минус» [10]. Интегрирование этого уравнения приводит к соотношению

$$z = C_2 - \frac{h}{\beta_*} \int_{T_*}^T \left(2 \int_{T'}^{T_0} \varepsilon''(T'') \lambda(T'') dT'' \right)^{-1/2} \lambda(T') dT'.$$

Если в этом соотношении верхний предел внешнего интеграла принять равным T_* , то в силу второго равенства (6) $C_2 = h$ и

$$\left(1 - \frac{z}{h} \right) \beta_* = \int_{T_*}^T \left(2 \int_{T'}^{T_0} \varepsilon''(T'') \lambda(T'') dT'' \right)^{-1/2} \lambda(T') dT'. \quad (8)$$

Полагая при $z = 0$ верхний предел внешнего интеграла в равенстве (8) равным T_0 , приходим к итоговому интегральному соотношению

$$\beta_* = \int_{T_*}^{T_0} \left(2 \int_{T'}^{T_0} \varepsilon''(T'') \lambda(T'') dT'' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT, \quad (9)$$

связывающему параметр β_* , включающий разность потенциалов на поверхностях диэлектрика, со значением T_0 и функциями $\lambda(T)$ и $\varepsilon''(T)$. Соотношение (9) составляет основу математической модели, позволяющей провести количественный анализ установившегося распределения температуры в плоском слое диэлектрика и определить условия, предшествующие тепловому пробою этого слоя.

Количественный анализ модели. При проведении количественного анализа построенной математической модели целесообразно в интегральном соотношении (9) и в равенстве (8) перейти от зависимости $\lambda(T)$ коэффициента тепло-

проводности диэлектрика от температуры к безразмерной функции $\Lambda(T)$, введя безразмерную величину $\Lambda(T) = \lambda(T) / \lambda_*$, где $\lambda_* = \lambda(T_*)$. Тогда вместо соотношения (9) получим

$$\beta = \int_{T_*}^{T_0} \left(2T_* \int_T^{T_0} \varepsilon''(T') \Lambda(T') dT' \right)^{-1/2} \Lambda(T) dT. \quad (10)$$

Здесь $\beta = \beta_* / (T_* \lambda_*)^{1/2} = 7,45 \cdot 10^{-6} \Delta U / (T_* \lambda_* / f_0)^{1/2}$, а вместо равенства (8) —

$$(1 - \zeta) \beta = \int_{T_*}^T \left(2T_* \int_{T'}^{T_0} \varepsilon''(T'') \Lambda(T'') dT'' \right)^{-1/2} \Lambda(T') dT', \quad (11)$$

где $\zeta = z/h$.

В качестве исходных данных для количественного анализа используем информацию о диэлектрических характеристиках полиимидного полимерного материала *Kapton H* (фирма *Du Pont*). Зависимости от температуры относительной диэлектрической проницаемости и тангенса диэлектрических потерь для этого материала при двух значениях частоты f_0 приведены на рис. 1 [6]. Чтобы использовать эту информацию в полном объеме, примем значение температуры на поверхности слоя диэлектрика при $\zeta = 1$ равным $T_* = -50 \text{ }^\circ\text{C} = 223 \text{ K}$. Коэффициент $\varepsilon''(T)$ диэлектрических потерь в диапазоне значений температуры 350...540 К близок к значению 0,01 (кривые 1 и 2 на рис. 2), но при $T > 540 \text{ K}$ коэффициент резко возрастает вследствие столь же резкого увеличения значения $\text{tg } \delta$ (рис. 1, б).

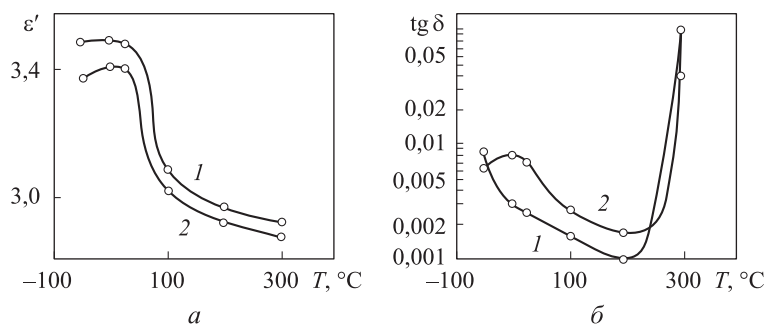
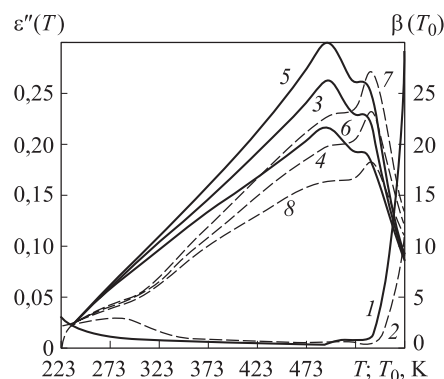


Рис. 1. Зависимости относительной диэлектрической проницаемости (а) и тангенса угла диэлектрических потерь (б) полимерного материала *Kapton H* от температуры при значениях частоты 1 (1) и 100 кГц (2)

Кривые 1 и 2, приведенные на рис. 2, построены по формуле (10) при постоянном значении коэффициента теплопроводности и устанавливают связь параметра β с искомой температурой T_0 на идеально теплоизолированной поверхности слоя диэлектрика. Для частоты $f_0 = 1 \text{ кГц}$ функция $\beta(T_0)$ достигает максимального значения $\beta_1^* \approx 26,25$ при $T_0 \approx 494,0 \text{ K}$, а для частоты 100 кГц —

Рис. 2. Зависимость коэффициента диэлектрических потерь ε'' от температуры T при значениях частоты 1 (1) и 100 (2) кГц; зависимость параметра β от температуры T_0 при значениях частоты $f_0=1$ кГц для $a=0$ (3), $a=0,002$ (5), $a=-0,002$ 1/К (6) и при значениях частоты $f_0=100$ кГц для $a=0$ (4), $a=0,002$ (7), $a=-0,002$ 1/К (8)



значения $\beta_2^* \approx 23,26$ при $T_0 \approx 538,7$ К. Каждому значению β , меньшему по сравнению со значением β_1^* или β_2^* , соответствуют два значения T_0 , т. е. два решения дифференциального уравнения (1) с граничными условиями (6). При этом решение, отвечающее точке при большем значении T_0 на нисходящей ветви кривой зависимости $\beta(T_0)$, является неустойчивым [12] и в слое диэлектрика может быть реализовано установившееся температурное состояние при меньшем значении T_0 .

Если параметр β имеет значение, большее по сравнению со значением β_1^* или β_2^* , то решение задачи (1), (6) отсутствует, что означает нереализуемость установившегося температурного состояния в слое диэлектрика. Следовательно, распределения температуры $T_1^*(\zeta)$ или $T_2^*(\zeta)$, соответствующие значениям β_1^* или β_2^* , являются предельными, предшествующими наступлению в слое диэлектрика состояния теплового пробоя. Эти распределения температуры, рассчитанные по формуле (11), представлены на рис. 3.

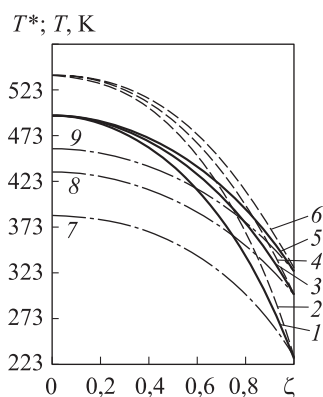


Рис. 3. Предельное распределение $T^*(\zeta)$ температуры по толщине слоя диэлектрика при температуре $T_* = 223$ К для $f_0 = 1$ (1) и $f_0 = 100$ кГц (2), при температуре $T_* = 293$ К для $f_0 = 1$ (3) и $f_0 = 100$ кГц (4), при температуре $T_* = 323$ К для $f_0 = 1$ (5) и $f_0 = 100$ кГц (6), распределение температуры $T(\zeta)$ при частоте 100 кГц и рабочем напряжении 50 кВ для $T_* = 223$ (7), $T_* = 293$ (8) и $T_* = 323$ К (9)

Максимальные значения параметра β определяют критические значения ΔU^* так называемого пробивного напряжения [1, 2], превышение которого приводит к явлению теплового пробоя слоя диэлектрика. Если для полимерного материала Каптон Н принять $\lambda_* = 0,44$ Вт/(м·К), то при частоте $f_0 = 1$ кГц $\Delta U_1^* = 1,34 \cdot 10^5 \beta_1^* (T_* \lambda_* / f_0)^{1/2} \approx 1,1$ МВ, а при $f_0 = 100$ кГц $\Delta U_2^* = 1,34 \cdot 10^5 \beta_2^* \times (T_* \lambda_* / f_0)^{1/2} \approx 97,6$ кВ.

Для оценки влияния изменения с температурой коэффициента теплопроводности диэлектрика на связь между параметром β и значением T_0 используем гипотетическую линейную зависимость $\Lambda(T) = 1 + a(T - T_*)$, где a — коэффициент, который может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Рассчитанные по формуле (10) кривые 5 и 6 (см. рис. 2) представляют собой зависимости $\beta(T_0)$ для частоты $f_0 = 1$ кГц при $a = 0,002$ 1/К и $a = -0,002$ 1/К. Увеличение коэффициента теплопроводности приводит к возрастанию максимального значения β , а уменьшение этого коэффициента вызывает обратный эффект, причем максимальные значения параметра β достигаются при практически одинаковых значениях температуры T_0 . Аналогичным является результат вычислений при частоте $f_0 = 100$ кГц и приведенных выше значениях коэффициента a (кривые 7 и 8 на рис. 2). Поскольку принятая линейная зависимость коэффициента теплопроводности от температуры при фиксированной частоте изменения напряжения существенно не влияет на значение T_0 , соответствующее максимуму параметра β , изменение представленных на рис. 3 распределений температуры по толщине слоя диэлектрика, предшествующих наступлению состояния теплового пробоя, будет весьма незначительным.

Увеличение температуры на поверхности с координатой $\zeta = 1$ приводит к уменьшению максимального значения β^* , но мало влияет на соответствующую этому значению температуру на идеально теплоизолированной поверхности слоя диэлектрика. Для сравнения на рис. 4 приведены зависимости $\beta(T_0)$ для значений

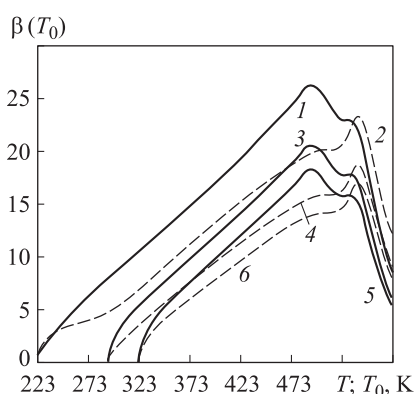


Рис. 4. Зависимости параметра β от температуры T_0 при температуре $T_* = 223$ К для $f_0 = 1$ (1) и $f_0 = 100$ кГц (2), при температуре $T_* = 293$ К для $f_0 = 1$ (3) и $f_0 = 100$ кГц (4), при температуре $T_* = 323$ К $f_0 = 1$ (5) и $f_0 = 100$ кГц (6)

частоты 1 и 100 кГц (сплошные и штриховые линии) при значениях температуры $T_* = 223$ К (кривые 1 и 2), 293 К (кривые 3 и 4) и 323 К (кривые 5 и 6). Для частоты 1 кГц при температуре $T_* = 293$ К максимальному значению $\beta^* \approx 20,45$ соответствует пробивное напряжение $\Delta U \approx 984$ кВ, а при температуре $T_* = 323$ К максимальному значению $\beta^* \approx 18,22$ — значение $\Delta U \approx 921$ кВ. Таким образом, с повышением значения температуры T_* на поверхности диэлектрика с координатой происходит некоторое снижение пробивного напряжения слоя диэлектрика. Увеличение частоты, приводящее к возрастанию диэлектрических потерь, вызы-

вает более существенное снижение пробивного напряжения: для частоты 100 кГц при температуре $T_* = 323$ К максимальное значение $\beta^* \approx 18,63$ определяет пробивное напряжение $\Delta U \approx 98,6$ кВ, а при температуре $T_* = 323$ К максимальное значение $\beta^* \approx 16,83$ — значение $\Delta U \approx 85$ кВ.

Для сравнения на рис. 3 с предшествующими наступлению состояния теплового пробоя слоя диэлектрика распределениями температуры $T^*(\zeta)$ при значении $T_* = 223$ К к кривым 1 и 2 для значений частоты 1 и 100 кГц также добавлены аналогичные распределения при значениях $T_* = 293$ К (кривые 3 и 4) и $T_* = 323$ К (кривые 5 и 6). При частоте 100 кГц и рабочем напряжении 50 кВ значение параметра $\beta \approx 11,9$. Этому значению при температуре $T_* = 223, 293$ и 323 К будут отвечать значения 385, 432 и 458 К температуры T_0 на идеально теплоизолированной поверхности слоя диэлектрика (см. рис. 4). Распределения $T(\zeta)$ температуры по толщине этого слоя при указанных условиях представлены на рис. 3 кривыми 7, 8 и 9. При выбранном в рассматриваемом случае рабочем напряжении увеличение значения T_* приводит примерно к пропорциональному возрастанию температуры T_0 .

Заключение. Представленная математическая модель при переменном напряжении описывает установившееся распределение температуры в плоском слое диэлектрика из полимерного материала с немонотонной зависимостью диэлектрических потерь от температуры. Основой модели является интегральное соотношение, позволяющее получить оценки пробивного напряжения, соответствующего возникновению состояния теплового пробоя слоя диэлектрика. Проведен количественный анализ модели для диэлектрика из полиимидного полимера при двух значениях частоты изменения напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вальтер А.Ф., ред. Физика диэлектриков. Л.–М.: ГТТИ, 1932. 560 с.
2. Сканиви Г.И. Физика диэлектриков (область сильных полей). М.: Физматгиз, 1958. 908 с.
3. Воробьев Г.А., Похолков Ю.П., Королев Ю.Д., Меркулов В.И. Физика диэлектриков (область сильных полей). Томск: Изд-во ТПУ, 2003. 244 с.
4. Пробой диэлектриков // websor.ru: веб-сайт.
URL: https://www.websor.ru/proboi_dielektrikov.html (дата обращения: 06.07.2017).
5. Сажин Б.И., ред. Электрические свойства полимеров. Л.: Химия, 1986. 224 с.
6. Корицкий Ю.В., Пасынков В.В., Тареев Б.М., ред. Справочник по электротехническим материалам. Т. 2. М.: Энергоатомиздат, 1987. 464 с.
7. Физика композиционных материалов / Н.Н. Трофимов, М.З. Канович, Э.М. Каргашов и др. Т. 2. М.: Мир, 2005. 344 с.
8. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 512 с.
9. Зарубин В.С. Моделирование. М.: Академия, 2013. 336 с.
10. Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат, 1983. 328 с.

11. Тареев Б.М. Физика диэлектрических материалов. М.: Энергоатомиздат, 1982. 320 с.
12. Зарубин В.С., Котович А.В., Кувыркин Г.Н. Вариационная форма модели теплового прогиба твердого диэлектрика при переменном напряжении // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2017. № 4. С. 77–86.

Зарубин Владимир Степанович — д-р техн. наук, профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Савельева Инга Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Станкевич Игорь Васильевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Зарубин В.С., Савельева И.Ю., Станкевич И.В. Температурное состояние плоского слоя полимерного диэлектрика с зависящей от температуры теплопроводностью // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2018. № 4. С. 14–23.

DOI: 10.18698/1812-3368-2018-4-14-23

THE TEMPERATURE STATE OF A PLANE POLYMER DIELECTRIC LAYER WITH TEMPERATURE-DEPENDENT HEAT CONDUCTION

V.S. Zarubin

fn2@bmstu.ru

I.Yu. Savelyeva

inga.savelyeva@bmstu.ru

I.V. Stankevich

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The purpose of the study was to build a mathematical model describing the steady-state temperature state of a planar homogeneous layer of a polymer dielectric with a nonmonotone temperature dependence of the dielectric losses at an alternating voltage. The model was assigned to the integral relation which takes into account a possible change in the heat conduction coefficient of a dielectric with temperature. The quantitative assay of the integral relation allows us to determine the conditions under which dielectric thermal breakdown occurs, as well as the limiting temperature distribution over the thickness of the layer before the onset of this state

Keywords

Dielectric, temperature state, mathematical model, integral relation, dielectric thermal breakdown

Received 22.09.2017

© BMSTU, 2018

The work was carried out within the framework of the state assignments of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (projects no. 9.7784.2017/БЧ and no. 9.2422.2017/ПЧ)

REFERENCES

- [1] Val'ter A.F., ed. Fizika dielektrikov [Dielectric physics]. Leningrad–Moscow, GTTI Publ., 1932. 560 p.
- [2] Skanavi G.I. Fizika dielektrikov (oblast' sil'nykh poley) [Dielectric physics (high-field region)]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1958. 908 p.
- [3] Vorob'yev G.A., Pokholkov Yu.P., Korolev Yu.D., Merkulov V.I. Fizika dielektrikov (oblast' sil'nykh poley) [Dielectrics physics (high-field region)]. Tomsk, TPU Publ., 2003. 244 p.
- [4] Proboi dielektrikov [Dielectric breakdown]. websor.ru: website (in Russ.). Available at: https://www.websor.ru/proboi_dielectricov.html (accessed: 06.07.2017).
- [5] Sazhin B.I., ed. Elektricheskie svoystva polimerov [Electrical properties of polymers]. Leningrad, Khimiya Publ., 1986. 224 p.
- [6] Koritskiy Yu.V., Pasyukov V.V., Tareev B.M., ed. Spravochnik po elektrotekhnicheskim materialam. T. 2 [Handbook on electrotechnical materials. Vol. 2]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987. 464 p.
- [7] Trofimov N.N., Kanovich M.Z., Kartashov E.M. et al. Fizika kompozitsionnykh materialov. T. 2 [Physics of composites. Vol. 2]. Moscow, Mir Publ., 2005. 344 p.
- [8] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Matematicheskie modeli mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy [Mathematical models of continuous medium mechanics and electrodynamics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2008. 512 p.
- [9] Zarubin V.S. Modelirovanie [Simulation]. Moscow, Akademiya Publ., 2013. 336 p.
- [10] Zarubin V.S. Inzhenernye metody resheniya zadach teploprovodnosti [Engineering methods for solving heat conduction problems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 328 p.
- [11] Tareev B.M. Fizika dielektricheskikh materialov [Dielectric physics]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1982. 320 p.
- [12] Zarubin V.S., Kotovich A.V., Kuvyrkin G.N. Variaton form of a thermal breakdown model for solid dielectric under alternating-current voltage. *Izvestiya RAN. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2017, no. 4, pp. 77–86 (in Russ.).

Zarubin V.S. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Savelyeva I.Yu. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Stankevich I.V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Zarubin V.S., Savelyeva I.Yu., Stankevich I.V. The Temperature State of a Plane Polymer Dielectric Layer with Temperature-Dependent Heat Conduction. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2018, no. 4, pp. 14–23 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2018-4-14-23