

DOI: 10.18698/1812-3368-2016-2-65-78

УДК 519.6:532.529.5

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ ПО СПЕКТРАЛЬНЫМ ДАННЫМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИБРИДНЫХ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ

В.Д. Сулимов, П.М. Шкапов, Н.И. Бондаренко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: fn3@bmsu.ru; spm@bmsu.ru; colia.bond@yandex.ru

Рассмотрены собственные изгибные колебания прямолинейной трубы с протекающей идеальной жидкостью. Искомыми данными являются плотность жидкости и скорость ее течения в трубе, определяемые по результатам косвенных измерений. Входные данные представлены ограниченным спектром низших собственных частот колебаний трубы с жидкостью. Решение прямой задачи для математической модели системы получено методом гомотопических возмущений. Частные критерии обратной задачи предполагаются непрерывными, липшицевыми, не всюду дифференцируемыми, многоэкстремальными функциями. При поиске глобальных решений использованы новые гибридные алгоритмы оптимизации, объединяющие стохастический алгоритм сканирования пространства переменных и детерминированные методы локального поиска. Приведен численный пример.

Ключевые слова: труба с жидкостью, частоты колебаний, характеристики потока, обратная задача, критериальная функция, глобальная оптимизация, гибридный алгоритм.

RECONSTRUCTION OF CHARACTERISTICS OF A FLUID FLOW IN THE PIPE FROM SPECTRAL DATA USING HYBRID OPTIMIZATION ALGORITHMS

V.D. Sulimov, P.M. Shkapov, N.I. Bondarenko

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: fn3@bmsu.ru; spm@bmsu.ru; colia.bond@yandex.ru

The study tested the natural transverse oscillations of a straight pipe conveying an ideal fluid flow. The purpose of this work was to find fluid mass density and flow velocity from circumstantial measured data. Input data are given by a truncated spectrum of lower natural frequencies of the system. The direct problem for the mathematical model of the system is solved with the help of homotopy perturbation method. Particular criteria of the inverse problem are supposed to be continuous, Lipschitzian, not everywhere differentiable, multiextremal functions. New hybrid optimization algorithms are used in the search for global solutions; the algorithms integrate a stochastic algorithm for scanning a search space with deterministic methods for local search. A numerical example is given.

Keywords: fluid-conveying pipe, oscillation frequencies, flow characteristics, inverse problem, criterion function, global optimization, hybrid algorithm.

Введение. Исследованиям динамики труб с протекающей жидкостью посвящено значительное число работ, опубликованных за последние годы. Это обусловлено широким применением таких систем, например, в аэрокосмической технике, атомной энергетике, нефтяной индустрии. Кроме того, задачу динамики труб с жидкостью рассматривают как актуальную парадигму динамики: разрешающее уравнение движения является относительно простым для решения, однако оно позволяет демонстрировать общие свойства значительно более сложных динамических систем [1, 2]. Разработке и применению новых численных и аналитических методов анализа вибраций труб с жидкостью посвящены работы [3–5]. Вынужденные колебания труб с потоком жидкости исследованы в работах [6, 7]. Представленный в работе [8] численный метод позволяет моделировать динамику подобных систем для труб, составленных из двух различных материалов. Одно из актуальных направлений исследований — разработка методов восстановления характеристик систем по некоторой косвенной информации, полученной при измерениях. Так, в работе [9] описана итеративная процедура коррекции характеристик гироскопических систем по измеряемым модальным данным. Процедура восстановления или коррекции характеристик систем существенно связана с формулировкой и решением соответствующей обратной задачи. Одним из основных подходов к решению последней задачи является оптимизационный. При постановке обратных задач восстановления характеристик систем, в частности по спектральным данным, учитывают ряд важных особенностей: корректность постановки задачи; неполнота косвенной информации; наличие в спектрах систем кратных частот; зашумленность измеряемых данных и др. [10]. Как следствие, критериальные функции обратных задач являются в общем случае непрерывными, многоэкстремальными и не всюду дифференцируемыми. Ввиду ограниченности энергии изменений в системе отношения приращений критериальных функций к приращениям аргументов не превышают некоторого порога, описываемого с помощью константы Липшица. На практике при вычислении каждого текущего значения критериальной функции в точках допустимой области могут потребоваться значительные вычислительные ресурсы. Этим обусловлена актуальность разработки эффективных алгоритмов решения обратных задач восстановления с использованием методов глобальной недифференцируемой оптимизации.

В настоящей статье представлена математическая модель исследуемой системы — трубы с протекающей жидкостью. Приведены результаты аналитического определения собственных частот изгибных

колебаний системы, полученные в работе [5] с использованием метода гомотопических возмущений. Сформулирована обратная задача восстановления характеристик потока жидкости в трубе по спектральным данным. Предположено, что регистрируемые данные могут быть неполными, спектры колебаний системы содержат кратные частоты, шумы отсутствуют. Описаны гибридные алгоритмы глобальной оптимизации, интегрирующие стохастический алгоритм сканирования пространства переменных и процедуры локального поиска. Приведены результаты решения модельной задачи восстановления характеристик потока по ограниченному спектру низших, заданных с погрешностью, собственных частот колебаний прямолинейной трубы с протекающей жидкостью.

Математическая модель. Рассмотрим собственные изгибные колебания прямолинейной однородной трубы длиной l , свободно опертой на концах. Предположим, что протекающая через трубу жидкость является идеальной, несжимаемой, полностью занимающей внутренний объем трубы. При моделировании трубы балкой Эйлера–Бернулли задача определения собственных частот колебаний системы сводится к решению дифференциального уравнения в частных производных [1, 5]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial Z^4} + \rho_f A_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2} + 2\rho_f A_f V \frac{\partial^2 w}{\partial Z \partial t} + M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где EI – изгибная жесткость трубы; $w(Z, t)$ – прогиб трубы; Z – координата вдоль осевой линии трубы; t – время; ρ_f – плотность жидкости; A_f – площадь проходного сечения трубы; V – скорость потока; M – полная масса трубы с жидкостью, приходящаяся на единицу длины l трубы. После введения безразмерных переменных

$$\eta = \frac{w}{l}; \quad \xi = \frac{Z}{l}; \quad \tau = \sqrt{\frac{EI}{M}} \frac{t}{l^2}; \quad v = \sqrt{\frac{\rho_f A_f}{EI}} V l; \quad \beta = \frac{\rho_f A_f}{M}; \quad \Omega = \omega l^2 \sqrt{\frac{M}{EI}}$$

краевые и начальные условия определяются в виде

$$\eta(0, \tau) = 0; \quad \eta''(0, \tau) = 0; \quad \eta(1, \tau) = 0; \quad \eta''(1, \tau) = 0; \quad (2)$$

$$\eta(\xi, 0) = \Phi(\xi), \quad \dot{\eta}(\xi, 0) = \Psi(\xi). \quad (3)$$

Здесь $\Phi(\xi)$, $\Psi(\xi)$ – заданные функции.

Пусть ω_0 – основная собственная частота колебаний трубы с жидкостью при скорости потока, равной нулю, V_c – критическая скорость потока. Тогда имеют место соотношения [5] $\omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{M}}$,

$$V_c = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{\rho_f A_f}}.$$

В современной литературе широко представлены приближенные численные и аналитические подходы к решению задачи (1)–(3). К числу аналитических методов относится метод гомотопического возмущения, реализованный в работе [5]. Так, для рассматриваемой задачи в цитируемом источнике приведены следующие результаты определения собственных частот ω_n изгибных колебаний трубы с протекающей жидкостью:

$$(\omega_n/\omega_0)^2 = n^4 - n^2(V/V_c)^2 + 16n^6\beta(V/V_c)^2 \times \\ \times \sum_{k \neq n} \frac{k^2[(-1)^{n+k} - 1]^2}{\pi^2(n^2 + k^2)(n^2 - k^2)^3}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где n — номер тона колебаний; k — индекс суммирования. Уравнение (4) позволяет вычислить значения n низших собственных частот колебаний системы, соответствующей используемой математической модели. Далее на основе сравнения найденных частот с соответствующими приближенными данными, полученными при измерениях, могут быть определены характеристики потока — плотность жидкости и скорость ее течения.

Постановка обратной задачи. Рассмотрим обратную задачу восстановления характеристик потока, которая в рамках выбранной математической модели описывается операторным уравнением $Ax = y$, $x \in X$, $y \in Y$, где X, Y — гильбертовы пространства; A — компактный линейный оператор, действующий из пространства X в пространство Y . Правая часть возмущенного операторного уравнения представляет приближенные входные данные y^δ , определенные по результатам измерений. Предположим, что погрешность задания входной информации δ известна и имеет место неравенство $\|y^\delta - y\| \leq \delta$. Требуется определить устойчивые приближенные решения x^δ по заданной приближенной информации y^δ . Существенно, что во многих приложениях обратные задачи являются некорректно поставленными. Далее реализован подход, основанный на методе регуляризации [11, 12].

Приближенное решение рассматриваемой обратной задачи связано с поиском минимума функционала Тихонова $x_\alpha^\delta = \arg \min_{x \in X} J_\alpha(x)$, $\alpha > 0$. Здесь x_α^δ — регуляризованное решение уравнения $Ax = y^\delta$ с параметром регуляризации α ; при этом минимизируемый функционал определен в виде $J_\alpha(x) = \|Ax - y^\delta\|_Y^2 + \alpha \|x\|_X^2$, где $\|Ax - y^\delta\|_Y^2$ — функционал невязки (квадрат нормы в пространстве Y); $\alpha \|x\|_X^2$ — стабилизирующий функционал.

Задача восстановления характеристик потока жидкости в трубе связана с поиском вектора переменных управления, при котором первые N собственных частот (или соответствующих им собственных

значений) модели совпадают с составляющими некоторого заданного ограниченного спектра или достаточно близки к ним [13]. Для оценки уровня рассогласования сравниваемых составляющих спектров использован векторный способ описания. Возможные подходы основаны на минимизации квадратичной функции рассогласования или минимизации максимальной функции рассогласования составляющих. Так, для попарно сравниваемых спектральных составляющих может быть построено следующее конечное множество критериев рассогласования: $f_i(x) = |\zeta_i(x) - \zeta_i^*(x)|$, $x \in X \subset \mathbb{R}^n$, $i \in J$. Здесь $\zeta_i(x)$, $\zeta_i^*(x)$ — собственные значения, относящиеся к исходному (текущему) и заданному спектрам; x — вектор переменных управления; X — допустимая область; n — размерность задачи; $J = \{1, \dots, n\}$; \mathbb{R}^n — n -мерное вещественное линейное пространство. Необходимо найти такой вектор переменных управления, который приводит к наименьшим отличиям между сравниваемыми спектрами, т.е. следует провести настройку модели объекта на заданный спектр. Это эквивалентно одновременной минимизации всех N критериев рассогласования: требуется найти $\min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} f(x)$, где векторная целевая функция имеет структуру $f(x) = (f_1(x), \dots, f_N(x))^T$.

Обратная задача восстановления формулируется в следующем виде: определить вектор переменных управления $x \in X$, который минимизирует максимальное значение критерия рассогласования

$$\min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \max_{i \in I} \{f_i(x)\}. \quad (P)$$

Решением сформулированной дискретной минимаксной задачи (P) является такой вектор $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)^T$, принадлежащий множеству допустимых значений, при котором скалярная критериальная функция $f(x) = \max \{f_1(x), \dots, f_N(x)\}$ принимает минимальное значение. В случае $f(x^*) = 0$ спектр частот настраиваемой модели полностью совпадает с заданным спектром по N низшим частотам. Последнее условие вследствие, например, неполноты экспериментальных данных и погрешностей, полученных при измерениях, не выполняется. Ниже рассмотрена регуляризованная задача $(P)_\alpha$ с многоэкстремальной не всюду дифференцируемой критериальной функцией $f(x)$ и параметром регуляризации $\alpha > 0$.

Далее в обобщение постановок экстремальных задач восстановления рассмотрим задачу глобальной оптимизации, формулируемую в следующем виде:

$$f(x^*) = \min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} f(x), \quad (5)$$

где

$$X = \{x \in D : g_i(x) \leq 0, \quad i \in I\}; \quad (6)$$

$$D = \{x \in \mathbb{R}^n : a_j \leq x_j \leq b_j, j \in J\}; \quad (7)$$

$f(x)$ — целевая функция; $g_i(x)$ — функции ограничений задачи, $i \in I$; $I = \{1, \dots, n_g\}$ — конечное множество индексов; n_g — число функций ограничений; D — область поиска; x^* — глобальное решение. Функции $f(x)$, $g_i(x)$, $i \in I$, задачи (5)–(7) предполагаются непрерывными липшицевыми. Так, критериальная функция удовлетворяет условию Липшица

$$|f(x') - f(x'')| \leq L \|x' - x''\|, \quad x', x'' \in [a, b] \quad (8)$$

с неизвестной константой L , $0 < L < \infty$, по евклидовой норме. Предполагается также, что действительная функция $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ является многоэкстремальной, возможно, не всюду дифференцируемой и для нее задана вычислительная процедура, позволяющая определять значения функции в точках допустимой области.

Гибридные алгоритмы оптимизации. Некоторые современные методы глобальной оптимизации представлены в работах [14, 15]. Следует отметить, что эффективность детерминированных алгоритмов существенно ограничена их зависимостью от размерности задачи. В случае большого числа переменных применяют алгоритмы стохастической глобальной оптимизации. Вместе с тем, чувствительность к выбору параметров алгоритмов этого типа, устанавливаемых пользователем или обусловленных содержанием задачи, во многом определяет скорость сходимости итерационного процесса. Этому недостатка лишен кратный алгоритм столкновения частиц М-РСА (Multi-Particle Collision Algorithm), который основан на алгоритме Метрополиса и входит в число наиболее мощных современных стохастических алгоритмов глобальной оптимизации [16]. Существенно, что применение стохастических алгоритмов глобальной оптимизации требует значительных вычислительных ресурсов. Один из путей повышения эффективности таких алгоритмов — совершенствование процедуры локального поиска.

Структуры алгоритмов глобальной минимизации, представленных ниже, построены на основе стохастического алгоритма М-РСА, объединенного с процедурами поиска локальных минимумов не всюду дифференцируемых функций. Работа современного алгоритма глобальной оптимизации М-РСА основана на применении аналогии с физическими процессами абсорбции и рассеяния частиц при ядерных реакциях. В простейшей версии алгоритма для исследования области поиска используется одна частица. На начальном шаге выбирается пробное решение (Old_Config), которое затем модифицируется путем стохастического возмущения (Perturbation()), что позволяет найти новое решение (New_Config). С помощью функции

Fitness() дается сравнительная оценка нового и предыдущего решений, на основании которой новое решение может быть принято или отвергнуто. Если новое решение отвергнуто, то происходит переход к функции Scattering(), реализующей алгоритм Метрополиса. Для сканирования области, перспективной на минимум, применяются функции Perturbation() и Small_Perturbation(). Новое решение принимается, если оно лучше предыдущего (абсорбция); если найденное решение хуже предыдущего, то происходит переход в отдаленную область пространства поиска (рассеяние), что позволяет преодолевать локальные минимумы. Эффективность описанного поиска глобального решения алгоритмом значительно повышается при одновременном использовании большого числа частиц. Такой подход реализует алгоритм М-РСА, который непосредственно ориентирован на применение в среде параллельных вычислений. Наилучшее решение определяется с учетом данных о всех частицах, участвующих в процессе. Единственный задаваемый параметр для алгоритма М-РСА — число итераций.

Рассматриваются новые гибридные алгоритмы, интегрирующие стохастический алгоритм М-РСА и детерминированные алгоритмы локальной минимизации. Метод гиперболической сглаживающей функции реализован в работе [17]. Первый гибридный алгоритм М-РСАГНС объединяет стохастический алгоритм М-РСА сканирования пространства переменных и детерминированный градиентный локальный поиск, использующий метод гиперболической сглаживающей функции ГНС. Второй гибридный алгоритм с локальным поиском симплекс-методом Нелдера – Мида представлен в работе [18]. Третий гибридный алгоритм объединяет алгоритм М-РСА глобального сканирования и детерминированный метод SFC кривой, заполняющей пространство (метод редукции размерности задачи), при локальном поиске. При реализации метода SFC исходная многомерная задача глобальной оптимизации редуцируется к эквивалентной одномерной. Так, поиск глобального минимума удовлетворяющей условию Липшица (8) функции $F(x)$, $x \in \mathbb{R}^N$, на гиперкубе эквивалентен определению глобального минимума одномерной функции $f(z)$ на единичном интервале [19]: $f(z) = F(p(z))$, $z \in [0, 1]$, где $p(z)$ — кривая Пеано. При этом для функции $f(z)$ выполняется условие Гельдера $|f(z') - f(z'')| \leq H \|z' - z''\|^{1/N}$, $z', z'' \in [0, 1]$, с константой Гельдера $H = 2L\sqrt{N+3}$. Здесь L — константа Липшица исходной многомерной функции $F(x)$.

Выбор метода редукции размерности задачи, который предназначен собственно для поиска глобального экстремума, обусловлен тем, что во многих случаях градиентные алгоритмы сходятся медленно и

при весьма больших размерах области поиска метод редукции оказывается недостаточно эффективным. Гибридный алгоритм M-PCASFC обеспечивает сужение области поиска, что повышает вычислительную эффективность метода. Для решения задачи липшицевой минимизации исходная многомерная задача редуцируется к эквивалентной одномерной с использованием кривой Пеано, построение которой проводится по схеме Гильберта. Следует отметить, что построенная численными методами кривая аппроксимирует теоретическую кривую Пеано – Гильберта с точностью, определяемой заданной плотностью развертки [19]. Метод редукции многомерных задач обладает такими важными свойствами, как непрерывность и сохранение равномерной ограниченности разностей функций при ограниченной вариации аргумента. К недостаткам метода следует отнести потерю части информации о близости точек в исходном многомерном пространстве. Предложенный метод не требует вычисления производных критерияльных функций по переменным модели, что позволяет расширить применение гибридного алгоритма на класс задач глобальной недифференцируемой оптимизации.

Результирующие гибридные алгоритмы реализованы в виде прикладного программного обеспечения. Фрагмент псевдокода гибридного алгоритма M-PCASFC приведен ниже:

```

1. Generate an initial solution Old_Config
Best_Fitness = Fitness (Old_Config)
Update Blackboard
  For n = 0 to # of particles
    For n = 0 to # of iterations
      Update Blackboard
      Perturbation ( )
      If Fitness (New_Config) > Fitness (Old_Config)
        If Fitness (New_Config) > Best_Fitness
          Best_Fitness := Fitness (New_Config)
        End If
        Old_Config := New_Config
      Exploration ( )
    Else
      Scattering ( )
    End If
  End For
End For
2. Exploration ( )
  For n = 0 to # of iterations

```



```

Small_Perturbation ( )
    Local search
    using Space-Filling Curve Method
    Check stopping criterion:
    Find global solution Best Fitness
    Else continue
    If Fitness (New_Config) > Best_Fitness
        Best_Fitness := Fitness (New_Config)
    End If
    Old_Config := New_Config
    End For
Return

3. Scattering ( )
     $p_{scatt} = 1 - (\text{Fitness}(\text{New\_Config})) / (\text{Best\_Fitness})$ 
    If  $p_{scatt} > \text{random}(0, 1)$ 
        Old_Config := random solution
    Else
        Exploration ( )
    End If
Return

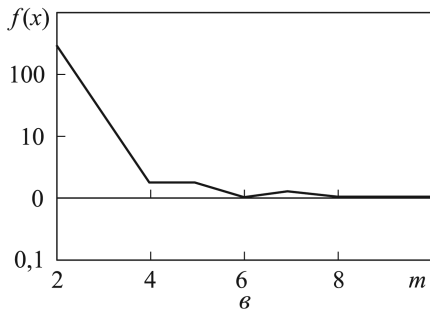
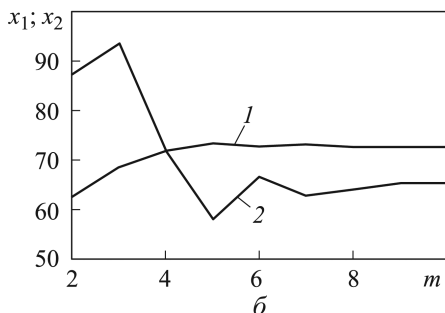
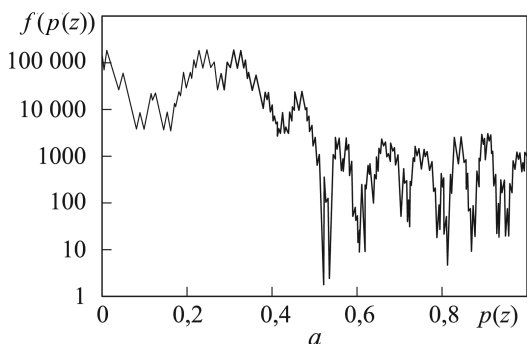
```

В состав алгоритма M-PCASFC также входят стандартные процедуры Perturbation() и Small_Perturbation() [20].

Численный пример. Рассмотрим собственные изгибные колебания прямолинейной цилиндрической трубы, свободно опертой на концах, при протекании через нее идеальной несжимаемой жидкости. Труба имеет длину 3,1 м; наружный диаметр трубы и толщина стенки равны 0,075 м и 0,0014 м. Модуль Юнга материала трубы 68,95 ГПа, плотность материала 2780 кг/м³. Жидкость в трубе может быть неподвижной или иметь установившуюся скорость течения, не превышающую 40 м/с; плотность жидкости не более 1500 кг/м³. Предположим, что в результате измерений определены следующие приближенные значения трех низших частот собственных колебаний трубы с жидкостью: $\omega_1^* \approx 48,3$ рад/с; $\omega_2^* \approx 212,9$ рад/с; $\omega_3^* \approx 485,8$ рад/с. Приведенная косвенная информация, полученная моделированием течения жидкости с плотностью 1090 кг/м³ и скоростью течения 26,5 м/с, представляет входные данные для решения обратной задачи. Относительная погрешность входных данных не превышает 0,1 %. Требуется восстановить характеристики потока: плотность жидкости и скорость ее течения в трубе. Переменными управления являются относительная плотность x_1 жидкости, %, и относительная скорость потока x_2 , %. Критериальная функция задачи восстановления характеристик потока

определена в виде $f(x) = \sum_{i=1}^3 \gamma_i f_i^2(x) + \alpha \|x\|_2^2$, где $\gamma_i, f_i(x)$ – весовой коэффициент и частный критерий, соответствующие i -й собственной частоте, $f_i(x) = (\omega_i^* - \omega_i(x))$, $i = \overline{1,3}$; $x \in \mathbb{R}^2$.

При решении использован гибридный алгоритм М-PCASFC [20]. Изменение значений одномерной критериальной функции $f(p(z))$ показано на части *a* рисунка: глобальный минимум функции, соответствующий заданной плотности развертки $m = 5$ кривой Пеано, $f(z_*) \approx 0,16968 \cdot 10^1$ определен при $z_* \approx 0,535156$. Зависимости переменных управления и критериальной функции от плотности развертки кривой Пеано представлены на частях *б* и *в* рисунка; глобальный минимум функции $f(z_*) \approx 0,96811$ реализован для $m = 10$; при этом значениям переменных управления $x_1^{10} \approx 72,705\%$, $x_2^{10} \approx 65,674\%$ соответствуют плотность жидкости 1091 кг/м^3 и скорость течения $26,27 \text{ м/с}$. Следует отметить, что наибольшая относительная погрешность, соответствующая здесь восстановленному значению скорости потока, не превышает $0,9\%$. Можно констатировать хорошую согласованность полученного приближенного решения модельной задачи, обусловленного в том числе выбором значений параметра регуляризации, и заданной входной информации.



Изменение значений одномерной критериальной функции $f(p(z))$ на единичном интервале (*a*), зависимость переменных управления x_1 (1), x_2 (2) от плотности развертки m кривой Пеано (*б*), зависимость критериальной функции $f(x)$ от плотности развертки m кривой Пеано (*в*)

Выводы. Предложен метод определения характеристик потока идеальной несжимаемой жидкости в прямолинейной трубе по спектральным данным. Для математической модели системы решение прямой задачи получено методом гомотопических возмущений. Сформулирована обратная задача восстановления характеристик потока, при решении которой использован оптимизационный подход. Представлены гибридные алгоритмы глобальной оптимизации, реализованные в виде программного обеспечения. Проведено модельное восстановление характеристик потока по ограниченному спектру частот колебаний трубы с жидкостью. Точность полученного приближенного решения согласована с точностью задания входной информации, определенной по результатам косвенных измерений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант Президента РФ по поддержке научных исследований ведущих научных школ РФ, код НШ-4058.2014.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pandoussis M.P.* The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across Applied Mechanics // Journal of Sound and Vibration. 2008. Vol. 310. No. 3. P. 462–492.
2. *Wang L., Gan J., Ni Q.* Natural frequency analysis of fluid-conveying pipes in the ADINA system // Journal of Physics: Conference Series. 2013. Vol. 449. P. 012014. DOI:10.1088/1742-6596/448/1/012014
3. *Dai H.L., Wang L., Qian Q., Gan J.* Vibration analysis of three-dimensional pipes conveying fluid with consideration of steady combined force by transfer matrix method // Applied Mathematics and Computation. 2012. Vol. 219. No. 5. P. 2453–2464.
4. *Li S.-J., Liu G.-M., Kong W.-T.* Vibration analysis of pipes conveying fluid by transfer matrix method // Nuclear Engineering and Design. 2014. Vol. 266. No. 1. P. 78–88.
5. *Xu M.-R., Xu S.-P., Guo H.-Y.* Determination of natural frequencies of fluid-conveying pipes using homotopy perturbation method // Computers and Mathematics with Applications. 2010. Vol. 60. No. 3. P. 520–527.
6. *Luczko J., Czerwinski A.* Parametric vibrations of pipes induced by pulsating flows in hydraulic systems // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2014. Vol. 52. No. 3. P. 719–730.
7. *Миронов М.А., Пятаков П.А., Андреев А.А.* Вынужденные колебания трубы с потоком жидкости // Акустический журнал. 2010. Т. 56. № 5. С. 684–692.
8. *Dai H.L., Wang L., Ni Q.* Dynamics of a fluid-conveying pipe of two different materials // International Journal of Engineering Science. 2013. Vol. 73. No. 1. P. 67–76.
9. *Yuan Y.* An iterative method for updating gyroscopic systems based on measured modal data // Applied Mathematics and Computation. 2011. Vol. 218. No. 7. P. 3753–3762.
10. *Kirsch A.* An introduction to the mathematical theory of inverse problems. New York: Springer, 2011. 308 p.
11. *Chu D., Lin L., Tan R.C.E., Wei Y.* Condition numbers and perturbation analysis for the Tikhonov regularization of discrete ill-posed problems // Numerical Linear Algebra with Applications. 2011. Vol. 18. No. 1. P. 87–103.

12. *Renaut R.A., Hnetynkova I., Mead J.* Regularization parameter estimation for large scale Tikhonov regularization using a priori information // *Computational Statistics & Data Analysis*. 2010. Vol. 54. No. 12. P. 3430–3445.
13. *Oberkampf W.L., Barone M.F.* Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics // *Journal of Computational Physics*. 2006. Vol. 217. No. 1. P. 5–36.
14. *MEMPSODE: A global optimization software based on hybridization of population-based algorithms and local searches / C. Voglis, K.E. Parsopoulos, D.G. Papageorgiou, I.E. Lagaris, M.N. Vrahatis* // *Computer Physics Communications*. 2012. Vol. 183. No. 2. P. 1139–1154.
15. *Карпенко А.И.* Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.
16. *Luz E.F.P., Becceneri J.C., De Campos Velho H.F.* A new multi-particle collision algorithm for optimization in a high performance environment // *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*. 2008. Vol. 1. P. 3–10.
17. *Bagirov A.M., Al Nuaimat A., Sultanova N.* Hyperbolic smoothing function method for minimax problems // *Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*. 2013. Vol. 62. No. 6. P. 759–782.
18. *Сулимов В.Д., Шкапов П.М.* Гибридные алгоритмы вычислительной диагностики гидромеханических систем // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. 2014. № 4. С. 47–63.
19. *Lera D., Sergeev Ya.D.* Deterministic global optimization using space-filling curves and multiple estimates of Lipschitz and Hölder constants // *Computations in Nonlinear Science and Numerical Simulations*. 2015. Vol. 23. No. 1–3. P. 326–342.
20. *Sulimov V.D., Shkapov P.M.* Application of hybrid algorithms to computational diagnostic problems for hydromechanical systems // *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2012. Vol. 2. No. 12. P. 734–741.

REFERENCES

- [1] Pandoussis M.P. The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across Applied Mechanics. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, vol. 310, no. 3, pp. 462–492.
- [2] Wang L., Gan J., Ni Q. Natural frequency analysis of fluid-conveying pipes in the ADINA system. *Journal of Physics: Conference Series*, 2013, vol. 449, p. 012014. DOI: 10.1088/1742-6596/448/1/012014
- [3] Dai H.L., Wang L., Qian Q., Gan J. Vibration analysis of three-dimensional pipes conveying fluid with consideration of steady combined force by transfer matrix method. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, vol. 219, no. 5, pp. 2453–2464.
- [4] Li S.-J., Liu G.-M., Kong W.-T. Vibration analysis of pipes conveying fluid by transfer matrix method. *Nuclear Engineering and Design*, 2014, vol. 266, no. 1, pp. 78–88.
- [5] Xu M.-R., Xu S.-P., Guo H.-Y. Determination of natural frequencies of fluid-conveying pipes using homotopy perturbation method. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, vol. 60, no. 3, pp. 520–527.
- [6] Luczko J., Czerwinski A. Parametric vibrations of pipes induced by pulsating flows in hydraulic systems. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2014, vol. 52, no. 3, pp. 719–730.
- [7] Mironov M.A., Pyatakov P.A., Andreev A.A. Forced oscillations of a pipe conveying a fluid flow. *Akusticheskiy zhurnal [Acoustical Journal]*, 2010, vol. 56, no. 5, pp. 684–692 (in Russ.).
- [8] Dai H.L., Wang L., Ni Q. Dynamics of a fluid-conveying pipe of two different materials. *International Journal of Engineering Science*, 2013, vol. 73, no. 1, pp. 67–76.

- [9] Yuan Y. An iterative method for updating gyroscopic systems based on measured modal data. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, vol. 218, no. 7, pp. 3753–3762.
- [10] Kirsch A. An introduction to the mathematical theory of inverse problems. N.Y., Springer, 2011. 308 p.
- [11] Chu D., Lin L., Tan R.C.E., Wei Y. Condition numbers and perturbation analysis for the Tikhonov regularization of discrete ill-posed problems. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2011, vol. 18, no. 1, pp. 87–103.
- [12] Renaut R.A., Hnetynkova I., Mead J. Regularization parameter estimation for large scale Tikhonov regularization using a priori information. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2010, vol. 54, no. 12, pp. 3430–3445.
- [13] Oberkampf W.L., Barone M.F. Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics. *Journal of Computational Physics*, 2006, vol. 217, no. 1, pp. 5–36.
- [14] Voglis C., Parsopoulos K.E., Papageorgiou D.G., Lagaris I.E., Vrahatis M.N. MEMPSODE: A global optimization software based on hybridization of population-based algorithms and local searches. *Computer Physics Communications*, 2012, vol. 183, no. 2, pp. 1139–1154.
- [15] Karpenko A.P. Sovremennyye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennyye prirodoy [Modern algorithms of searching optimization. Algorithms inspired by Nature]. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2014. 446 p.
- [16] Luz E.F.P., Becceneri J.C., De Campos Velho H.F. A new multi-particle collision algorithm for optimization in a high performance environment. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*, 2008, vol. 1, pp. 3–10.
- [17] Bagirov A.M., Al Nuaimat A., Sultanova N. Hyperbolic smoothing function method for minimax problems. *Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*, 2013, vol. 62, no. 6, pp. 759–782.
- [18] Sulimov V.D., Shkapov P.M. Hybrid algorithms of computational diagnostics of hydromechanical systems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2014, no. 4, pp. 47–63 (in Russ.).
- [19] Lera D., Sergeev Ya.D. Deterministic global optimization using space-filling curves and multiple estimates of Lipschitz and Hölder constants. *Computations in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 2015, vol. 23, no. 1–3, pp. 326–342.
- [20] Sulimov V.D., Shkapov P.M. Application of hybrid algorithms to computational diagnostic problems for hydromechanical systems. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 2012, vol. 2, no. 12, pp. 734–741.

Статья поступила в редакцию 26.10.2015

Сулимов Валерий Дмитриевич — старший преподаватель кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Sulimov V.D. — Senior Teacher of Theoretical Mechanics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Шкапов Павел Михайлович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Shkapov P.M. — Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of Theoretical Mechanics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Бондаренко Николай Иванович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Bondarenko N.I. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Theoretical Mechanics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Сулимов В.Д., Шкапов П.М., Бондаренко Н.И. Восстановление характеристик потока жидкости в трубе по спектральным данным с использованием гибридных алгоритмов оптимизации // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 2. С. 65–78. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-2-65-78

Please cite this article in English as:

Sulimov V.D., Shkapov P.M., Bondarenko N.I. Reconstruction of characteristics of a fluid flow in the pipe from spectral data using hybrid optimization algorithms. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2016, no. 2, pp. 65–78. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-2-65-78