УДК 519.8

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ УПРЕЖДАЮЩЕМ УДАРЕ ОДНОЙ ИЗ СТОРОН

В.Ю. Чуев, И.В. Дубограй

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: vacilious@mail.ru; irina.dubograi@yandex.ru

Разработаны вероятностные модели двухсторонних боевых действий для различных начальных численностей противоборствующих группировок на основе теории непрерывных марковских процессов. Исследовано влияние упреждающего удара одной из противоборствующих сторон на исход боя и его основные показатели. Получены расчетные формулы для вычисления основных показателей боя. Приведены результаты расчетов, показавшие, что это влияние существенно в бою близких по силам группировок. Нанесение одной из противоборствующих сторон упреждающего удара может на 30 % уменьшить ее потери и на 30 % увеличить потери противника. Показано, что при большом (в 3 раза и более) начальном превосходстве одной из сторон это влияние незначительно. Отмечено увеличение влияния упреждающего удара на исход боя и на его основные показатели при возрастании начальных численностей противоборствующих группировок.

***Ключевые слова*: вероятностная модель двухсторонних боевых действий, эффективная скорострельность, непрерывный марковский процесс, параметр соотношения сил.

STOCHASTIC MODEL OF BOTH-SIDED BATTLE ACTIONS DURING THE PRE-EMPTIVE ATTACK BY ONE OF WARRING PARTIES

V.Yu. Chuev, I.V. Dubogray

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: vacilious@mail.ru; irina.dubograi@yandex.ru

The stochastic models of both-sided battle actions for various initial numerosity of opposing groupings have developed on the basis of continuous markov processes. The influence of pre-emptive attack of one of the opposing force on the battle outcome and its main indicators have investigated. Calculation formulas for counting main indicators of battle were obtained. The results of calculations showed that this influence is essentially in battle of groupings similar in forces are given. Preventive strike by one of the opposing forces can reduce its losses by 30 % and increase the enemy's casualties up to 30 %. It has been shown that this effect is negligible at large (3-fold or more) initial superiority by one of the parties. An increase in the influence of the pre-emptive attack on the battle outcome and its main indicators is noted with an increase the initial numerosity of opposing groupings.

***Keywords*: stochastic model of both-sided battle actions, effective rapidity of fire, continuous markov process, balance of forces parameter.

Введение. Важнейшие характеристики систем вооружения и военной техники — показатели их боевой активности, позволяющие определить степень их приспособленности к решению конкретных боевых задач. При проведении такой оценки необходимо учитывать противодействие противника. Наиболее полно это можно выполнить с помощью моделей двухсторонних боевых действий [1–3]. В качестве основы оценки целесообразно использовать вероятностные модели боя, так как с учетом его стохастического характера указанные модели позволяют отобразить бой с большей степенью точности и полноты, чем модели динамики средних, а также достовернее исследовать его основные показатели.

Один из возможных методов моделирования боя — применение теории марковских процессов [4, 5]. Процесс, протекающий в некоторой системе, называется марковским, если для каждого момента времени вероятность состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние [6].

Описание протекания боя. Рассмотрим бой двух группировок. В начале боя первая группировка X имеет m однотипных боевых единиц, а вторая (противоборствующая) группировка Y — n однотипных боевых единиц, не обязательно однородных с боевыми единицами группировки X.

Бой происходит следующим образом. Противоборствующие стороны открывают огонь по противнику одновременно и ведут бой до тех пор, пока одна из сторон не будет полностью уничтожена. При этом стороны имеют полную и незапаздывающую информацию о состоянии боевых единиц противника (поражены они или нет) и ведут огонь только по непораженным боевым единицам [7]. Последовательность выстрелов, осуществляемых каждой участвующей в бою единицей, представим в виде пуассоновского потока событий [8]. При моделировании боя перейдем к потоку успешных выстрелов, который также будем полагать пуассоновским. Выстрел назовем “успешным”, если он поражает боевую единицу противника [9, 10].

Совокупность противоборствующих сторон назовем системой. Обозначим ее состояния $(i;j)$, что означает, что в данный момент времени сохранились i единиц группировки X и j единиц группировки Y. Пусть $F_{ij}(t)$ вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии $(i;j)$. Отметим, что состояние $(0;0)$ не является состоянием рассматриваемой системы, так как вероятность одновременного поражения двух и более единиц является бесконечно малой величиной. Примем, что моменту начала боя соответствует $t_0 = 0$.

В этом случае процесс боевых действий описывается системой дифференциальных уравнений

$$
\begin{aligned}
&F'_{i0}(t) = ivF_{i1}(t), \quad i = 1; m;\\
&F'_{0j}(t) = juF_{1j}(t), \quad j = 1; n;\\
&F'_{ij}(t) = -(iv + ju)F_{ij}(t) +\\
&\qquad +ivF_{i,j+1}(t) + juF_{i+1,j}(t), \quad i = 1; m-1; \quad j = 1; \quad n-1; \qquad (1)\\
&F'_{mj}(t) = -(mv + ju)F_{mj}(t) + mvF_{m,j+1}(t), \quad j = 1; n-1;\\
&F'_{in}(t) = -(iv + nu)F_{in}(t) + nuF_{i+1,n}(t), i = 1; m-1;\\
&F'_{mn}(t) = -(mv + nu)F_{mn}(t)
\end{aligned}
$$

с начальными условиями

$$t_0 = 0; F_{mn}(t_0) = 1; \quad F_{ij}(t_0) = 0 \text{ при } i + j < m + n, \tag{2}$$

где $v = p_x\lambda_x$, $u = p_y\lambda_y$ — эффективные скорострельности боевых единиц группировок X и Y; p_x, p_y — вероятности поражения боевой единицы противника одним выстрелом единицы группировок X и Y; λ_x, λ_y — практические скорострельности боевых единиц группировок X и Y.

Отметим, что устойчивыми состояниями рассматриваемой системы являются только состояния $(1;0), (2;0), \ldots, (m;0), (0;1), (0;2), \ldots, (0;n)$.

Исследование влияния упреждающего удара на основные показатели боя. Теперь рассмотрим ситуацию, когда определенные обстоятельства (например, хорошая маскировка) боевых единиц одной из сторон (например, стороны X) позволяет ей в течение некоторого, достаточно небольшого времени t_c вести огонь по боевым единицам другой стороны, не испытывая противодействия противника. Тогда на промежутке времени $t \in [t_0, t_c]$ протекание боя можно описать системой уравнений

$$
\begin{aligned}
&F'_{m0}(t) = mvF_{m1}(t);\\
&F'_{mj}(t) = mv\left(F_{m,j+1}(t) - F_{mj}(t)\right), \quad j = 1; n-1;\\
&F'_{mn}(t) = -mvF_{mn}(t);\\
&F_{ij}(t) = 0, \quad i = 0; \quad m-1, \quad j = 0; n
\end{aligned}
\tag{3}
$$

с начальными условиями (2).

Если принять величины v и u в течение всего боя постоянными $v = p_x\lambda_x =$ const; $u = p_y\lambda_y =$ const), то получим следующие вероятности состояний системы в момент времени t_c:

$$\begin{aligned}
&F_{m0}(t_c) = 1 - \sum_{j=1}^{n} F_{mj}(t_c) = c_0;\\
&F_{mj}(t_c) = \frac{(mvt_c)^{n-j}}{(n-j)!} e^{-mvt_c} = c_j, \quad j = 1; \quad n-1;\\
&F_{mn}(t_c) = e^{-mvt_c} = c_n;\\
&F_{ij}(t_c) = 0, \quad i = 0; \quad m-1, \quad j = 0; \quad n.
\end{aligned} \tag{4}$$

Дальнейшее протекание боя описывается системой уравнений (1) с начальными условиями

$$\begin{aligned}
&F_{mj}(t_c) = c_j, \quad j = 0; \quad n;\\
&F_{ij}(t_c) = 0, \quad i = 0; \quad m-1, \quad j = 0; \quad n.
\end{aligned} \tag{5}$$

Протекание боя при упреждающем ударе группировки Y можно описать аналогично уравнениям и условиям (3)–(5).

При постоянных эффективных скорострельностях u и v боевых единиц сторон авторами настоящей работы получены формулы для вычисления вероятностей текущих ($F_{ij}(t)$) и окончательных ($F_{ij}(\infty)$) состояний для боев “$1 : n$” (одна боевая единица группировки X против произвольного числа однотипных боевых единиц группировки Y), “n:1” и “3:3”.

Для боя “3:3” при упреждающем ударе группировки X вероятности окончательных состояний вычисляются как

$$\begin{aligned}
F_{10}(\infty) = {}& \frac{c_1 v u^2}{(v+u)(2v+u)(3v+u)} +\\
&+ c_2 u \left(\frac{9}{2(v+u)} - \frac{2}{2v+u} + \frac{3}{2(3v+u)} - \frac{2}{v+2u} - \frac{6}{3v+2u} \right) +\\
&+ 3c_3 v \left(\frac{5}{v+u} - \frac{2}{3(2v+u)} - \frac{2}{3(v+2u)} + \frac{3}{4(3v+u)} + \right.\\
&\left. + \frac{3}{4(v+3u)} - \frac{6}{3v+2u} - \frac{6}{2v+3u} \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{20}(\infty) = {}& \frac{2c_1 v u}{(2v+u)(3v+u)} +\\
&+ 2c_2 v \left(-\frac{2}{v+u} + \frac{2}{2v+u} - \frac{3}{3v+u} + \frac{6}{3v+2u} \right) +\\
&+ \frac{6c_3 v^2}{u} \left(-\frac{17}{6(v+u)} + \frac{2}{3(2v+u)} - \frac{3}{2(3v+u)} + \frac{6}{3v+2u} + \frac{2}{2v+3u} \right);
\end{aligned}$$

$$F_{30}(\infty) = c_0 + \frac{3c_1 v}{3v+u} + \frac{9c_2 v^2}{u}\left(\frac{1}{3v+u} - \frac{1}{3v+2u}\right) + \\ + \frac{27c_3 v^3}{2u^2}\left(\frac{1}{3v+u} - \frac{2}{3v+2u} + \frac{1}{3v+3u}\right);$$

$$F_{01}(\infty) = \frac{u}{v}F_{10}(\infty);$$

$$F_{02}(\infty) = \frac{4c_2 u^3}{v^2}\left(-\frac{1}{v+u} + \frac{1}{v+2u} + \frac{1}{3v+2u}\right) + \tag{6}$$

$$+\frac{6c_3 u^2}{v}\left(-\frac{17}{6(v+u)} + \frac{2}{3(v+2u)} - \frac{3}{2(v+3u)} + \frac{2}{3v+2u} + \frac{6}{2v+3u}\right);$$

$$F_{03}(\infty) = \frac{27c_3 u^3}{2v^2}\left(\frac{1}{v+3u} - \frac{2}{2v+3u} + \frac{1}{3v+3u}\right); \tag{7}$$

$$F_{ij}(\infty) = 0, \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3,$$

$$c_1 = \frac{(3vt_c)^2}{2}e^{-3vt_c};\ c_2 = 3vt_c e^{-3vt_c};\ c_3 = e^{-3vt_c};\ c_0 = 1 - c_1 - c_2 - c_3.$$

Вероятности окончательных состояний для боя “3:3” при упреждающем ударе группировки Y находятся по формулам, аналогичным формулам (6).

Для боя “$1:n$” получаем

1) при упреждающем ударе стороны X:

$$\begin{aligned} &F_{0k}(\infty) = k\sum_{i=k}^{n}\frac{c_i u v^{i-k}}{(ku+v)\ldots(iu+v)}, \quad k = 1;\ \ n-1; \\ &F_{0n}(\infty) = \frac{nc_n u}{nu+v}; \\ &F_{10}(\infty) = c_0 + \sum_{i=1}^{n}\frac{c_i v^i}{(u+v)\ldots(nu+v)} = c_0 + \frac{v}{u}F_{01}(\infty); \\ &F_{1k}(\infty) = 0, \quad k = 1;\ \ n, \end{aligned} \tag{8}$$

$$c_0 = 1 - \sum_{k=1}^{n}c_k;\ c_k = \frac{(vt_c)^{n-k}}{(n-k)!}e^{-vt_c},\ k = 1;\ n-1;\ c_n = e^{-vt_c};$$

2) при упреждающем ударе группировки Y:

$$\begin{aligned} &F_{0k}(\infty) = \frac{kd_1 u v^{n-k}}{(ku+v)\ldots(nu+v)}, \quad k = 1;\ \ n-1; \\ &F_{0n} = d_0 + \frac{nd_1 u}{nu+v}; \\ &F_{10}(\infty) = \frac{d_1 v^n}{(u+v)\ldots(nu+v)}; \end{aligned} \tag{9}$$

где $d_0 = 1 - e^{-nut_c}$; $d_1 = e^{-nut_c}$.

Формулы для вычисления вероятностей окончательных состояний для боя "$n : 1$" при упреждающем ударе одной из сторон аналогичны формулам (7) и (8).

Перейдем к исследованию основных показателей боя. В первую очередь, к ним относятся вероятности победы P_{0x} и P_{0y} сторон X и Y, а также математические ожидания относительного числа M_x и M_y сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя. В общем случае перечисленные показатели вычисляются по формулам

$$
\begin{aligned}
P_{0x} &= \sum_{i=1}^{m} F_{i0}(\infty); \\
P_{0y} &= \sum_{j=1}^{n} F_{0j}(\infty); \\
M_x &= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} iF_{i0}(\infty); \\
M_y &= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} jF_{0j}(\infty).
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Отметим, что, если группировка X в начале боя имеет одну боевую единицу $m = 1$, то $M_x = P_{0x}$. Аналогично, $M_y = P_{0y}$ при $n = 1$.

Введем параметр соотношения сил $\varkappa = \dfrac{n}{m}\sqrt{\dfrac{u}{v}}$ [9] и приведенное время $\bar{t} = \sqrt{uv}t$ [11]. В этих обозначениях формулы (4) примут следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&F_{m0}(\bar{t}_c) = 1 - \sum_{j=1}^{n} F_{mj}(\bar{t}_c) = c_0; \\
&F_{mj}(\bar{t}_c) = \frac{1}{(n-j)!}\left(\frac{n\bar{t}_c}{\varkappa}\right)^{n-j} e^{-\frac{n\bar{t}_c}{\varkappa}} = c_j, \quad j = 1; \;\; n-1; \\
&F_{mn}(\bar{t}_c) = e^{-\frac{n\bar{t}_c}{\varkappa}} = c_n; \\
&F_{ij}(\bar{t}_c) = 0, \quad i = 0; \;\; m-1, \quad j = 0; \;\; n,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

где $\bar{t}_c = \sqrt{uv}t_c$.

Расчеты основных показателей боя при упреждающем ударе одной из сторон. На основе формул (6)–(10) проведены расчеты основных показателей боя при различных значениях параметра соотношения сил $\varkappa$ и приведенного времени $\bar{t}_c$, в течение которого группировка X не испытывает противодействия противника. Значения математических ожиданий относительного числа сохранившихся боевых единиц M_x и M_y сторон к концу боя "$1 : 1$" (дуэльного боя) даны в табл. 1. Для этого боя вероятности победы сторон X и Y равны: $P_{0x} = M_x$ и $P_{0y} = M_y$. Для боя “1 : 5” (табл. 2) основные показатели боя составляют $P_{0x} = M_x$, $P_{0y} = 1 - P_{0x}$, для боя “5 : 1” (см. табл. 1) – $P_{0y} = M_y$, $P_{0x} = 1 - P_{0y}$. Кроме значений M_x и M_y для боев “2 : 2” и “3 : 3” (табл. 3) указаны вероятности победы группировки X – P_{0x}. Отметим, что в этих случаях вероятность победы группировки Y равна $P_{0y} = 1 - P_{0x}$.

Таблица 1

Значения математического ожидания относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя «1:1» и «5:1»

$\varkappa$	$\bar{t}_c$						$\bar{t}_c$					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	Бой “1 : 1”						*Бой “5 : 1”*					
0,4	0,862 0,138	0,892 0,108	0,916 0,084	0,935 0,065	0,949 0,051	0,960 0,040	0,811 0,068	0,853 0,053	0,885 0,041	0,911 0,032	0,930 0,025	0,946 0,019
0,8	0,610 0,390	0,656 0,344	0,696 0,304	0,732 0,268	0,763 0,237	0,791 0,209	0,446 0,429	0,511 0,379	0,568 0,334	0,619 0,295	0,664 0,260	0,703 0,230
1,0	0,500 0,500	0,548 0,452	0,591 0,409	0,630 0,370	0,665 0,335	0,697 0,303	0,328 0,571	0,392 0,517	0,450 0,468	0,502 0,423	0,550 0,383	0,593 0,346
1,2	0,410 0,590	0,457 0,543	0,500 0,500	0,541 0,459	0,578 0,422	0,611 0,389	0,248 0,672	0,308 0,619	0,363 0,569	0,414 0,524	0,461 0,482	0,504 0,443
1,4	0,338 0,662	0,383 0,617	0,426 0,574	0,465 0,535	0,502 0,498	0,537 0,463	0,192 0,744	0,248 0,693	0,299 0,645	0,348 0,601	0,393 0,559	0,435 0,521
3,0	0,100 0,900	0,130 0,870	0,158 0,842	0,186 0,814	0,212 0,788	0,238 0,762	0,047 0,936	0,078 0,905	0,109 0,876	0,138 0,847	0,166 0,819	0,193 0,792

Таблица 2

Значения математического ожидания относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя «1:5»

$\varkappa$	$\bar{t}_c$					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,4	0,909 0,067	0,942 0,037	0,965 0,019	0,981 0,009	0,990 0,004	0,995 0,002
0,8	0,693 0,232	0,746 0,176	0,795 0,131	0,838 0,096	0,876 0,069	0,906 0,049
1,0	0,571 0,328	0,627 0,266	0,681 0,212	0,732 0,168	0,778 0,131	0,819 0,101
1,2	0,456 0,423	0,511 0,358	0,566 0,299	0,619 0,248	0,669 0,204	0,717 0,166
1,4	0,355 0,511	0,405 0,445	0,457 0,385	0,509 0,330	0,560 0,281	0,610 0,238
3,0	0,030 0,871	0,040 0,832	0,052 0,794	0,066 0,755	0,082 0,718	0,101 0,680

Левый столбец в таблицах соответствует одновременному открытию огня противоборствующими сторонами, остальные столбцы — ситуации, когда единицы группировки X проводят по одному-два выстрела до открытия группировкой Y ответного огня.

Таблица 3

Значения математического ожидания относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя и вероятности победы стороны *X* для боя «2:2» и «3:3»

$\varkappa$	$\bar{t}_c$						$\bar{t}_c$					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	Бой “2 : 2”						*Бой* “3 : 3”					
0,4	0,871	0,909	0,937	0,957	0,971	0,981	0,881	0,921	0,950	0,969	0,981	0,989
	0,045	0,029	0,018	0,012	0,007	0,005	0,018	0,010	0,005	0,003	0,001	0,001
	0,943	0,963	0,975	0,984	0,990	0,993	0,974	0,985	0,992	0,996	0,998	0,999
0,8	0,559	0,624	0,682	0,732	0,776	0,813	0,542	0,619	0,687	0,747	0,797	0,839
	0,281	0,228	0,185	0,150	0,121	0,098	0,228	0,172	0,130	0,097	0,072	0,054
	0,656	0,714	0,763	0,804	0,839	0,868	0,688	0,755	0,810	0,854	0,888	0,915
1,0	0,417	0,481	0,542	0,598	0,648	0,693	0,378	0,454	0,526	0,593	0,654	0,708
	0,417	0,355	0,302	0,256	0,217	0,184	0,378	0,307	0,248	0,200	0,160	0,128
	0,500	0,563	0,620	0,671	0,715	0,755	0,500	0,578	0,647	0,708	0,759	0,803
1,2	0,305	0,364	0,422	0,477	0,529	0,577	0,253	0,320	0,387	0,452	0,515	0,573
	0,534	0,469	0,411	0,361	0,316	0,277	0,512	0,436	0,370	0,312	0,263	0,220
	0,371	0,432	0,490	0,544	0,592	0,637	0,344	0,419	0,490	0,556	0,616	0,669
1,4	0,222	0,274	0,327	0,378	0,428	0,475	0,166	0,221	0,279	0,337	0.395	0,452
	0,627	0,564	0,507	0,454	0,407	0,364	0,620	0,546	0,478	0,417	0,363	0,315
	0,273	0,329	0,383	0,435	0,483	0,529	0,230	0,295	0,360	0,423	0,483	0,539
3,0	0,025	0,039	0,056	0,074	0,094	0,115	0,008	0,014	0,024	0,036	0,050	0,066
	0,911	0,875	0,840	0,806	0,773	0,741	0,920	0,883	0,846	0,809	0,773	0,738
	0,031	0,048	0,066	0,086	0,107	0,130	0,011	0,020	0,032	0,047	0,064	0,083

Анализы результатов и выводы. Результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы.

1. Нанесение упреждающего удара одной из противоборствующих сторон существенно влияет на исход боя достаточно близких по силам группировок. В ряде случаев это приводит к уменьшению ожидаемых потерь стороны, наносящей упреждающий удар, и увеличению ожидаемых потерь стороны, наносящей ответный удар (относительно начальных численностей группировок) более чем на 30 %, а также к изменению более чем на 30 % вероятностей побед противоборствующих сторон.

2. С возрастанием начальных численностей противоборствующих группировок увеличивается влияние упреждающего удара одной из сторон на исход боя и его основные показатели, причем увеличение этого влияния достаточно заметно.

3. При существенном начальном превосходстве стороны, наносящей упреждающий удар, т.е. при превосходстве более чем в 3 раза ($\varkappa < 1/3$) для боя "n : 1" и более чем в 2,5 раза ($\varkappa < 0{,}4$) для всех остальных боев, влияние упреждающего удара на исход боя и его основные показатели незначительно.

4. При значительном начальном превосходстве стороны, наносящей ответный удар, т.е. при превосходстве более чем в 4 раза ($\varkappa > 4$) для боя "n : 1" и более чем в 3 раза ($\varkappa > 3$) для всех остальных боев, влияние упреждающего удара на ожидаемые потери стороны, наносящей упреждающий удар, а также на вероятности побед сторон незначительно. При этом упреждающий удар может оказать достаточно весомое влияние на потери стороны, наносящей ответный удар: более 15 % для боя "n : 1" и более 10 % относительно начальной численности группировки для всех остальных боев.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ткаченко П.Н.* Математические модели боевых действий. М.: Сов. радио, 1969. 240 с.
2. *Ильин В.А.* Моделирование боевых действий сил флота // Программные продукты и системы. 2006. № 1. С. 23–27.
3. *Winston W.L.* Operations Research: applications and algorithms. Duxbury Press, 1998. P. 128.
4. *Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г.* Марковские модели боя. М.: Министерство обороны СССР, 1985. 85 с.
5. *Чуев В.Ю*. Вероятностная модель боя многочисленных группировок // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. Спец. выпуск "Математическое моделирование". 2011. С. 223–232.
6. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
7. *Jaswal N.K*. Military Operations Research. Quantitative Desigion Making. Kluwer Academic Publishers, 1997. P. 388.
8. *Вентцель Е.С*. Исследование операций. М.: УРСС, 2006. 432 с.
9. *Чуев Ю.В.* Исследование операций в военном деле. М.: Воениздат, 1970. 270 с.
10. *Shanahan L.* Dynamics of model battles. N.Y.: Phisics Department, State University of New York. 2003. P. 1–43.
11. *Дубограй И.В., Дьякова Л.Н., Чуев В.Ю*. Учет упреждающего удара при моделировании двухсторонних боевых действий // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 7 [Электронный ресурс] URL: http://enggournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/842.html (дата обращения: 21.12.2013).

REFERENCES

[1] Tkachenko P.N. Matematicheskie modeli boevykh deystviy [Mathematical models of battle actions]. Moscow, Sov. Radio Publ., 1969. 240 p.

[2] Il'in V.A. Modeling of naval combat operations. *Prog. prod. i sist.* [Software and Systems], 2006, no. 1, pp. 23–27 (in Russ.).

[3] Winston W.L. Operations Research: applications and algorithms. Duxbury Press, 1998, p. 128.

[4] Alekseev O.G., Anisimov V.G., Anisimov E.G. Markovskie modeli boya [Markovian battle model]. Moscow, Ministerstvo oborony SSSR Publ., 1985. 85 p.

[5] Chuev V.Yu. Probability model of a double-sided battle of numerous groups. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki., Spetsvyp. "Matematicheskoe modelirovanie"* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci., Spec. Iss. "Mathematic simulation"], 2011, pp. 223–232 (in Russ.).

[6] Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostey [Probability theory]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1999. 576 p.

[7] Jaswal N.K. Military Operations Research. Quantitative Desigion Making. Kluwer Academic Publishers, 1997, p. 388.

[8] Venttsel' E.S. Issledovanie operatsiy [Operations research]. Moscow, URSS Publ., 2006. 432 p.

[9] Chuev Yu.V. Issledovanie operatsiy v voennom dele [Operations research in military affairs]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970. 270 p.

[10] Shanahan L. Dynamics of model battles. New York, Phisics Department, State University of New York, 2003, pp. 1–43.

[11] Dubogray I.V., Dyakova L.N., Chuev V.Yu. Preemptive attack consideration when duel combat operations simulating. *Jelektr. nauchno-tehn. izd. "Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii", MGTU im. N.E. Baumana* [El. Sc.-Tech. Publ. "Eng. J.: Science and Innovation" of Bauman MSTU], 2013, no. 7 (19). Available at: http://engjournal.ru/eng/catalog/mathmodel/hidden/842.html (accessed 21.12.2013) (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 03.03.2014

Чуев Василий Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры "Вычислительная математика и математическая физика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области прикладной математики.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Chuev V. Yu. — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of "Computational Mathematics and Mathematical Physics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of applied mathematics.
Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Дубограй Ирина Валерьевна — доцент кафедры "Вычислительная математика и математическая физика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор нескольких научных работ в области прикладной математики.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Dubogray I.V. — assoc. professor of "Computational Mathematics and Mathematical Physics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of some publications in the field of applied mathematics.
Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.