

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРТОДОНТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЗУБОЧЕЛЮСТНОЙ СИСТЕМЫ****С.Д. Арутюнов<sup>1</sup>, С.С. Гаврюшин<sup>2</sup>, Э.Б. Демишкевич<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Московский государственный медико-стоматологический университет, Москва, Российская Федерация<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: gss@rk9.bmstu.ru; mail@edtech.ru

*Цель настоящего исследования — моделирование начальных перемещений элементов зубочелюстной системы под воздействием ортодонтических нагрузок. Понимание принципов биомеханики при воздействии прикладываемых нагрузок необходимо для управления процессом лечения. С помощью современных вычислительных комплексов можно смоделировать процесс ортодонтического перемещения элементов зубочелюстной системы для повышения эффективности лечения и снижения риска негативных последствий. Оценена применимость широко используемого в ортодонтии понятия “концепция центра сопротивления”, предложен более точный метод для описания процесса начальных перемещений зуба. Разобран способ построения индивидуализированных моделей зубочелюстной системы на основе томографических снимков.*

**Ключевые слова:** ортодонтическое перемещение зуба, метод конечных элементов, центр сопротивления.

**FINITE-ELEMENT MODELING OF THE ORTHODONTIC TEETH MOVEMENT****S.D. Arutyunov<sup>1</sup>, S.S. Gavryushin<sup>2</sup>, E.B. Demishkevich<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Moscow State Medical Stomatological University, Moscow, Russian Federation<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: gss@rk9.bmstu.ru; mail@edtech.ru

*The objective of this study is modeling of the initial orthodontic tooth movement under the influence of orthodontic loading. Comprehension of biomechanical principles is important to control the teeth movement under the medical treatment. By means of contemporary computer systems, it is possible to simulate medical process of orthodontic tooth movement for improvement of treatment efficiency and decreasing risks of complications. Applicability of “the concept of the center of resistance” was estimated. More accurate method to describe the biomechanical process of initial movements of teeth has been suggested. Method of obtaining personalized dentition models based on computer tomography image data has been described.*

**Keywords:** orthodontic tooth movement, finite-element method, center of resistance.

**Введение.** Ортодонтическое перемещение зуба происходит вследствие приложения к нему силовых нагрузок. Лечащий врач выбирает, устанавливает и приводит в действие специальные ортодонтические аппараты, в результате чего возникают эти нагрузки. Под действием приложенных сил в элементах зубочелюстной системы протекает

сложный биологический процесс, приводящий в конечном счете к перемещению зубов сквозь поддерживающие их костные ткани. Поведение клеток периодонта, воспринимающих нагрузки, не зависит от типа брекетов и формы дуги — оно определяется только напряженно-деформированным состоянием в них [1]. Сложность и непостоянство биологических систем приводят к необходимости точного определения всех прилагаемых сил для достижения желаемой биологической реакции. Понимание механических принципов воздействия нагрузок требуется для управления процессом лечения.

Основополагающая концепция ортодонтического лечения заключается в применении на практике принципов биомеханики. Механика описывает эффекты силового воздействия на тела, биомеханика позволяет применить методы механики в отношении биологических систем. Ортодонтическое лечение представляет собой приложение к зубу сил, появляющихся от различных ортодонтических устройств. От правильного выбора приложенных нагрузок зависит исход лечения.

Продолжительность ортодонтического лечения достигает двух лет, часто это связано с тем, что врачам требуется время для устранения побочных эффектов, возникающих во время лечения (например, перемещение здоровых зубов) [2]. Неэффективное лечение может быть вызвано как составлением неточного плана лечения, так и, например, плохой податливостью тканей зубочелюстной системы пациента. Применение принципов биомеханики позволяет не только уменьшить время лечения, но и дает возможность разработать индивидуальный план лечения для более точного предсказания результата.

Один из главных принципов биомеханики, использующийся в ортодонтии, — концепция центра сопротивления. Каждое свободное тело имеет точку, называемую центром масс. Если равнодействующая всех сил, приложенных к свободному телу, имеет линию действия, проходящую через центр масс, то тело перемещается вдоль этой линии поступательно без вращения. Однако зубы представляют дополнительную сложность, так как они не являются свободными телами, а закреплены неравномерно окружающим их периодонтом.

В случае тела, перемещения которого ограничены, стоматологи используют точку, аналогичную центру масс, — центр сопротивления [3]. Полагается, что сила, линия действия которой проходит через центр сопротивления, вызовет лишь перемещение тела вдоль этой линии. Центр сопротивления нельзя рассматривать как неподвижную точку на зубе. Однако можно принять, что положение тела зависит от множества факторов (длина корня и его строение, количество корней, уровень альвеолярной костной поддержки, характер взаимодействия с

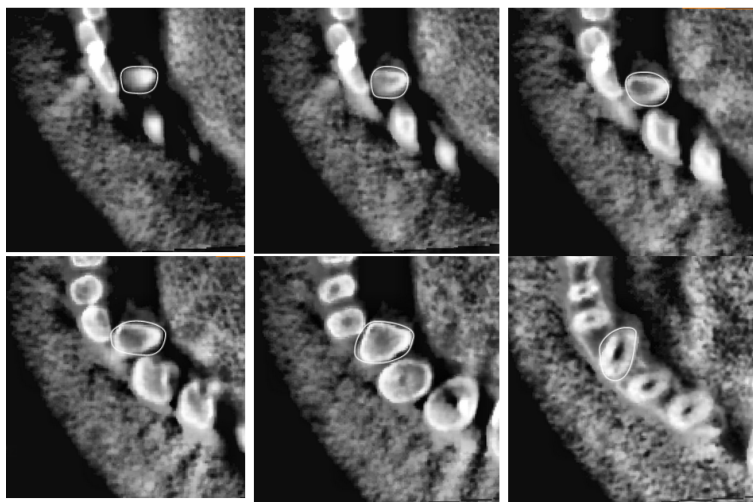
периодонтом). Так же, как и для отдельного зуба, используются понятия “центр сопротивления группы зубов, зубных дуг и челюсти”.

На тему определения положения центра сопротивления зуба выполнено множество работ. Первыми этот вопрос исследовали Р. Кристиансен и Ч. Берстон [4], построившие двумерную математическую модель и определившие, что центр сопротивления центрального верхнего резца расположен на  $2/5$  альвеолярной высоты от вершины альвеолярного гребня. В 1980 г. Ч. Берстон и Р. Прапутниевич [5] с помощью трехмерной голографии установили следующее: центр сопротивления того же самого зуба располагается на  $1/3$  альвеолярной высоты от вершины альвеолярного гребня. В работе [6], опубликованной в 1988 г., для нахождения центра сопротивления применялся метод конечных элементов; было определено, что центр сопротивления расположен на  $1/4$  радикулярной высоты от вершины альвеолярного гребня.

В 1999 г. были опубликованы результаты исследования, проведенного М.А. Осипенко, М.Ю. Няшиным, Ю.И. Няшиным [7], показавшие с позиции теоретической механики, что центр сопротивления зуба существует только при наличии у него и окружающего его слоя периодонта плоскости симметрии. Этот вопрос также рассматривался и американскими учеными [8], пришедшими к следующему выводу: центр сопротивления зуба зависит от направления его желаемого смещения.

В настоящей статье проведен анализ понятия “центр сопротивления” с позиции механики деформируемого твердого тела, а также описан метод определения направлений начального перемещения элементов зубочелюстной системы при приложении к ним заданных сил и определения направлений и точек приложения сил для достижения трагивания зуба в заданном направлении.

**Построение конечно-элементной модели зуба.** В качестве исходных данных для построения математической конечно-элементной модели использовались послойные снимки челюсти, полученные посредством компьютерной томографии (КТ). Однако для этого применимы и другие способы получения послойных снимков. Компьютерная томография — первый неинвазивный радиационный метод получения томографических изображений внутренних органов человека без наложения смежных структур. Главное преимущество томографа в том, что с его помощью можно четко отличить мягкие ткани от тканей, их окружающих, даже если разность в поглощении лучей невелика (рис. 1). Первые математические алгоритмы для КТ были разработаны в 1917 г. австрийским математиком И. Радоном. Американский физик А. Кормак повторно (но отличным от Радона способом) решил



**Рис. 1.** Послойные изображения исследуемой челюсти, полученные методом КТ (контуром выделен дефектный зуб)

задачу томографического восстановления в 1963 г., а в 1969 г. английский инженер-физик Г. Хаунсфилд сконструировал ЭМИ-сканер (EMI-scanner) — первый компьютерный рентгеновский томограф, чьи клинические испытания прошли в 1972 г. В 1979 г. Кормак и Хаунсфилд за разработку КТ были удостоены Нобелевской премии по физиологии и медицине.

Физическая основа метода — экспоненциальный закон ослабления излучения, который справедлив для чисто поглощающих сред:

$$I = I_0 e^{-ax}, \quad (1)$$

где  $I$  — интенсивность рентгеновского излучения за объектом;  $I_0$  — интенсивность рентгеновского излучения перед объектом;  $x$  — длина пути, пройденного излучением сквозь объект;  $a$  — коэффициент линейного затухания материала для использованной энергии рентгеновского излучения. Для неоднородных тел, таких как органы человека, формула для ослабления излучения будет иметь вид

$$I = I_0 e^{-\int a(x)dx}. \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) не учитывают того факта, что спектр лучей, проходящих через пациента, не является монохроматическим. Это приводит к возникновению артефактов и решается путем введения нелинейной поправки.

В соответствии с формулой (2) ослабление рентгеновского излучения измеряется вдоль ряда прямых в плоскости, перпендикулярной вертикальной оси пациента, затем реконструируется карта коэффициентов затухания в этой плоскости. Итоговые коэффициенты затухания обычно выражаются относительно коэффициентов затухания

воды (такая шкала ослабления излучения получила название шкалы Хаунсфилда)

$$a = 1000 \cdot \frac{a_{\text{п}} - a_{\text{в}}}{a_{\text{в}}}, \quad (3)$$

где  $a_{\text{п}}$ ,  $a_{\text{в}}$  — коэффициенты затухания пациента и воды соответственно.

Средний показатель в шкале Хаунсфилда (0 HU) соответствует затуханию луча в воде, отрицательные значения шкалы — воздуху и жировой ткани, положительные — мягким тканям, костной ткани и более плотному веществу (металл).

Следует отметить, что коэффициент затухания — это усредненное значение поглощения тканью излучения; при оценке сложной анатомо-гистологической структуры измерение такого коэффициента не всегда позволяет с точностью утверждать, какая ткань визуализируется (например, насыщенные жиром мягкие ткани имеют плотность, соответствующую плотности воды).

После получения послойных изображений необходимо провести сегментацию — выделение на изображениях интересующих структур. Обычно сегментация изображений осуществляется путем сопоставления группы пикселей или вокселей конкретному объекту, либо поиском границы между различными структурами. Сопоставление основано на зависимости яркости пикселя и материала, однако иногда сопоставляются другие атрибуты (например, текстура, область которой может быть сопоставлена с пикселями). Алгоритмы нахождения границ обычно ориентируются на плавность изменения яркостей, более сильные изменения соответствуют границам.

Известны алгоритмы, позволяющие сегментировать медицинские изображения, но не существует такого, который давал бы удовлетворительные результаты во всех случаях. Как правило, методы сегментации подразделяются на методы, основанные на поиске краев областей, на формировании однородных областей, методы водораздела (понятие “водораздел” связано с представлением изображения как трехмерной поверхности, заданной двумя пространственными координатами и уровнем яркости в качестве высоты) и методы теории графов [9]. В исследовании проведена полуавтоматическая сегментация, при которой опытным путем установлена зависимость яркостей пикселей от типов биологических тканей. Данные соответствия выбирают индивидуально для каждого пациента. Затем на основе автоматически полученных областей выполняют проверку и ручное уточнение границ структур. Этот процесс можно автоматизировать и значительно улучшить качество сегментации, применяя поиск известных форм субъектов, однако это не было реализовано и является темой дальнейших исследований.

По сегментированным изображениям проводится восстановление трехмерной поверхности. Наиболее распространенные программные комплексы для обработки изображений — Amira (Mercury Computer System, США) и Mimics (Materialise, Бельгия). При подготовке поверхности применялся программный комплекс Amira, который позволяет создавать полигональную модель поверхностей структур с гарантированной топологической корректностью (рис. 2), т.е. с отсутствием внутренних пересечений. С помощью алгоритмов сглаживания можно получить высококачественную реалистичную модель даже при плохом разрешении томографических снимков. Использование современных алгоритмов дает возможность быстрого построения моделей, что очень важно при автоматизированном анализе.

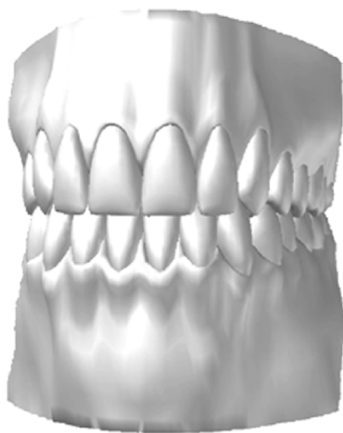


Рис. 2. Полигональная модель, восстановленная из сегментированных послойных снимков

На основе полигональной поверхностной модели можно создать тетраэдральную конечно-элементную модель. Модель создавалась автоматическим способом с помощью программного комплекса HyperMesh (Altair Engineering, США).

**Математическое моделирование процесса начального перемещения зуба.** Для того чтобы оценить применимость концепции центра сопротивления зуба, рассмотрим общий случай процесса страгивания зуба под действием приложенных сил. Поскольку все ортодонтические силы, приложенные к зубу, воспринимаются периодонтом, жесткость зуба можно полагать значительно большей, чем жесткость периодонта и представить зуб как твердое тело. В этом случае все силы, приложенные к зубу, можно привести к некоторой точке и охарактеризовать их вектором сил  $\mathbf{F}$ , состоящим из шести компонент (три компоненты вектора силы и три момента), и вектором перемещений зуба  $\mathbf{u}$  такой же размерностью (три компоненты характеризуют поступательное движение зуба, три — вращательное). При начальном страгивании зуба перемещения можно полагать малыми, поэтому указанные вектора связаны линейными соотношениями, которые можно представить в виде матрицы  $[D]$  размерностью  $6 \times 6$ , имеющей смысл матрицы податливости:  $\mathbf{u} = [D]\mathbf{F}$ .

Для определения всех компонент матрицы  $[D]$  необходимо решить шесть тестовых задач: определить перемещения от единичных силовых факторов, приложенных поочередно в каждом направлении.

Получив значения компонент матрицы  $[D]$  для конкретной точки, можно связать силы, приведенные к этой точке, с перемещениями объема. Для этого необходимо привести все силовые факторы к точке, составить вектор сил и умножением матрицы  $[D]$  на вектор сил определить вектор перемещений. Аналогично решается и обратная задача: чтобы достичь перемещений зуба в заданном направлении, следует получить компоненты вектора перемещений  $\mathbf{u}$  и вычислить значения вектора сил:  $\mathbf{F} = [D]^{-1}\mathbf{u}$ .

В точке, соответствующей центру сопротивления, силовые факторы в определенных направлениях должны вызывать перемещения зуба только в направлении силовых факторов. В этом случае матрица податливости должна иметь диагональный вид при любом выборе направления положений осей системы координат

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix}.$$

Согласно изложенному, эта матрица также должна иметь свойство сферического тензора, следовательно, значения на главной диагонали должны быть равны:

$$[D] = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}.$$

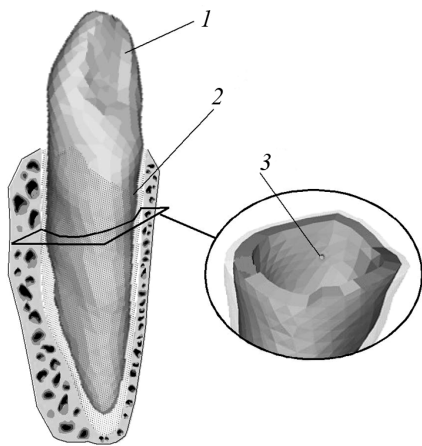
Имея математическую модель зуба, можно проверить применимость концепции центра сопротивления.

**Построение расчетной математической модели.** Описанный метод основан на математическом моделировании реального клинического случая, поэтому полагаем, что все приложенные к зубу силы виртуальны.

Для исследования была использована модель переднего резца пациента, построенная преобразованием изображений, полученных с помощью компьютерной томографии, в конечно-элементную модель (рис. 3). Как уже было отмечено, вся внешняя нагрузка воспринимается периодонтом. В связи с этим можно принять жесткость зуба значительно большей, чем жесткость периодонта и представить зуб как

**Рис. 3. Расчетная модель:**

1 — жесткая конечно-элементная модель зуба; 2 — конечно-элементная модель периодонта; 3 — характерная точка, рекомендуемая стоматологами для использования в качестве центра сопротивления



твердое тело. Периодонт можно принять закрепленным по его внешнему контуру вследствие значительно большей жесткости поддерживающих его костных тканей.

В соответствии с указанными выше особенностями моделирование системы проводилось следующим образом: абсолютно жесткий зуб моделировался одним слоем тетраэдральных элементов внутри поверхности полигональной модели. Узел, координаты которого были выбраны в качестве базовой точки исследования матрицы жесткости, находится внутри модели зуба и соединен со слоем элементов четырьмя балочными элементами. Элементы поверхности периодонта создавались вручную, отстоящими на 0,3 мм от поверхности зуба, высота распространения периодонта определялась по томограммам исходя из уровня альвеолярной поддержки зуба.

Механические характеристики периодонта выбраны на основе оценки, приведенной в работе [9]. Материал полагался изотропным, модуль упругости 1000 МПа, модуль сдвига 0,45.

Для проведения настоящего исследования были получены томограммы нижней челюсти пациента, сделанные с шагом 1 мм. Данные томографа были сегментированы, и выделен нижний резец для дальнейшего определения центра сопротивления. Высота зуба 23 мм, вертикальное расстояние от начала корня до вершины альвеолярного гребня 16 мм.

Моделирование конечно-элементной модели выполнялось с помощью программного комплекса HyperMesh, в результате был получен файл, пригодный для передачи комплексу ANSYS, который использовался для решения конечно-элементной задачи и оптимизации. При решении задачи применялись тетраэдральные элементы SOLID45 с восемью узлами (в одной вершине тетраэдра совмещались четыре элемента, в другой — два). Каждый узел имеет три степени свободы.



В качестве балочных узлов были использованы элементы BEAM4 с шестью степенями свободы в каждом узле.

Исследование проводилось в точке, часто принимаемой врачами в качестве центра сопротивления зуба, располагающейся на 1/3 альвеолярной высоты от вершины альвеолярного гребня.

Матрица жесткости строилась методом прямых жесткостей [10], мм/Н:

$$[D] = 10^{-3} \cdot \begin{bmatrix} 38,7 & -3,45 & -2,6 & -9,5 & -9,51 & 0,66 \\ -3,45 & 36,16 & 4,97 & 9,72 & 9,80 & -1,44 \\ -2,36 & 4,97 & 48,3 & -5,05 & -4,76 & -0,51 \\ -9,75 & 9,72 & -5,05 & 232 & -148 & -172 \\ -9,51 & 9,80 & -4,76 & -148 & 298 & 236 \\ 0,66 & -1,44 & -0,51 & -172 & 236 & 746 \end{bmatrix}.$$

Значения компонент матрицы податливости, расположенных на главной диагонали, оказались больше значений остальных компонент. Это свидетельствует о том, что концепция центра сопротивления дает приблизительно верные результаты. Однако при приложении моментов к центру сопротивления оказалось, что под их действием может происходить вращение не только в направлении приложения этих моментов, но и иметь место значительное изменение углов поворота в других направлениях. В связи с этим можно сделать следующий вывод: в некоторых случаях применение концепции центра сопротивления может дать неверные результаты планирования, а использование приведенных выше вычислений с помощью матрицы податливости позволит получить более точные и правильные результаты.

**Сравнение результатов вычислений начального перемещения зуба, полученных различными методами.** Для исследуемой модели можно сравнить результаты вычислений, выполненных с использованием концепции центра сопротивления и матрицы податливости зуба.

Определим направление перемещения зуба при приложении к нему силы, проходящей через точку, обычно принимаемую стоматологами в качестве центра сопротивления зуба, в направлении, параллельном фронтальной плоскости зуба (боковое смещение). При решении задачи воспользуемся системой координат, выбранной при вычислении матрицы податливости зуба. В этой системе синусы углов направления приложения единичной силы будут равны  $[0,26; 0,89; -0,35]$ .

Для определения направления перемещения зуба рассмотренным выше методом необходимо составить вектор сил  $F = \{0,26\text{Н}; 0,89\text{Н}; -0,35\text{Н}; 0 \text{ Н} \cdot \text{мм}; 0 \text{ Н} \cdot \text{мм}; 0 \text{ Н} \cdot \text{мм}\}$ , затем определить вектор перемещений:

$$\mathbf{u} = 10^{-3} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 38,97 & -3,45 & -2,36 & -9,75 & -9,51 & 0,66 \\ -3,45 & 36,16 & 4,97 & 9,72 & 9,80 & -1,44 \\ -2,36 & 4,97 & 48,3 & -5,05 & -4,76 & -0,51 \\ -9,75 & 9,72 & -5,05 & 232 & -148 & -172 \\ -9,51 & 9,80 & -4,76 & -210 & 298 & 236 \\ 0,66 & -1,44 & -0,51 & 172 & 236 & 746 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,26 \\ 0,89 \\ -0,35 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} =$$

$$= 10^{-3} \cdot [8,19 \text{ мм}; 29,66 \text{ мм}; -13,09 \text{ мм}; -8,31 \text{ рад}; 0,03 \text{ рад}; -1,89 \text{ рад}]$$

и вычислить синусы углов перемещения зуба относительно системы координат  $\alpha_D = \{0,24; 0,89; -0,39\}$ .

Согласно концепции центра сопротивления, направление перемещения зуба будет совпадать с направлением приложения силы:  $\alpha_R = \{0,26; 0,89; -0,35\}$ .

Проведенное исследование свидетельствует о том, что при приложении сил концепция центра сопротивления дает результаты, близкие к действительности. Однако она не учитывает, что кроме перемещения зуба происходит и небольшой его поворот. В практических целях этим поворотом можно пренебречь.

**Применение предлагаемой теории к решению задач, связанных с начальным перемещением зуба.** Рассмотрим пример реального пациента, которому необходимо составить план лечения. Ситуация, в которой один из зубов пациента имеет неверное расположение, изображена на рис. 4. Для исправления этой ситуации следует определить положение точек закрепления ортодонтического аппарата для того, чтобы совершить поворот зуба в нормальное состояние.

Дефект можно устранить применением съемных и несъемных ортодонтических аппаратов, т.е. две противодействующие силы. После обработки томографических снимков была получена конечно-элементная математическая модель зуба, закрепленного в периодонте. С помощью приведенных в исследовании методов составлены матрица податливости зуба, вектор требуемых перемещений и вектор необходимых сил.

В настоящем исследовании моменты необходимых сил были приведены к парам сил, и таким способом определены точки закрепления съемного пластиночного аппарата,



**Рис. 4.** Ситуация, в которой один из зубов пациента имеет неверное расположение

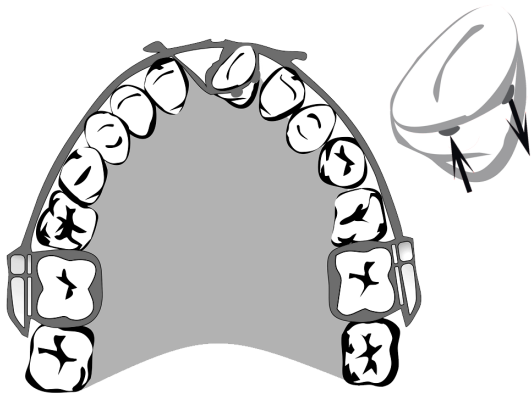


Рис. 5. Рекомендуемый ортодантический аппарат и схема сил, действующих на зуб от ортодантического аппарата

состоящего из вестибулярной ретракционной дуги и лингвальной протракционной пружины (рис. 5).

**Выводы.** Проведенное исследование показало, что задача математического моделирования начального перемещения зуба может решаться для каждого пациента индивидуально, использование современных программных комплексов позволяет автоматизировать большинство операций. Важность полученных результатов заключается в определении более точных значений величин, характеризующих начальное перемещение зуба.

Предложенный метод может использоваться при разработке планов лечения и размещения устанавливаемых ортодантических аппаратов. Для определения перемещения зуба под воздействием заданной системы сил необходимо привести все нагрузки к характерной точке, вычислить компоненты вектора сил и умножением его на матрицу податливости определить компоненты вектора перемещений. Если для лечения сила прикладывается в одной точке (например, если используются брекеты), то можно определить необходимые нагрузки для достижения страгивания зуба в заданном направлении. Для этого требуется составить вектор предполагаемых перемещений и умножить его на матрицу, обратную матрице податливости, а затем полученный вектор сил привести из характерной точки к точке приложения силы.

Проведенное сравнение с концепцией центра сопротивления зуба свидетельствует о том, что эта концепция в частных случаях дает достаточно точный результат, однако не учитывает множество факторов, которые могут приводить к появлению больших погрешностей при получении результата.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вершинин В.А., Рогожников Г.И., Кирюхин В.Ю. Биомеханические аспекты перемещения зубов // Российский стоматологический журнал. 2004. № 6. С. 26–34.
2. Nanda R. Biomechanics and esthetic strategies in clinical orthodontics St. Louis: Elsevier Saunders, 2005. 400 p.

3. *Smith R.J., Burstone C.J.* Mechanics of tooth movement // *Am J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 1984. No. 85. P. 294–307.
4. *Christiansen R.L., Burstone C.J.* Centers of rotation within the periodontal space // *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 1969. No. 55. P. 351–369.
5. *Burstone C.J., Pryputniewicz R.J.* Holographic determination of centers of rotation produced by orthodontic forces // *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 1980. No. 77. P. 396–409.
6. *Tanne K., Koenig H.A., Burstone C.J.* Moment to force ratios and center of rotation // *Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 1988. No. 94. P. 426–431.
7. *Осипенко М.А., Няшин М.Ю., Няшин Ю.И.* Центр сопротивления и центр вращения зуба: определение, условия существования, свойства // *Российский журнал биомеханики*. 1999. № 1. С. 3–11.
8. *Meyer B.N., Chen J., Katona Th. R.* Does the center of resistance depend on the direction of tooth movement? // *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 2010. Vol. 137. No. 3. P. 354–361.
9. *Rogowska J.* Overview and Fundamentals of medical image segmentation. Handbook of medical image processing and analysis. San Diego: Academic Press, 2000. P. 69–85.
10. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 364 с.

## REFERENCES

- [1] Vershinin V.A., Rogozhnikov G.I., Kiryukhin V.Yu. Biomechanical aspects of the teeth movement. *Rossiyskiy stomatologicheskiy zhurnal* [Russian Journal of Dentistry], 2004, no. 6, pp. 26–34 (in Russ.).
- [2] Nanda R. Biomechanics and esthetic strategies in clinical orthodontics. St. Louis, Elsevier Saunders, 2005. 400 p.
- [3] Smith R.J., Burstone C.J. Mechanics of tooth movement. *Am J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 1984, no. 85, pp. 294–307.
- [4] Christiansen R.L., Burstone C.J. Centers of rotation within the periodontal space. *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 1969, no. 55, pp. 351–369.
- [5] Burstone C.J., Pryputniewicz R.J. Holographic determination of centers of rotation produced by orthodontic forces *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 1980, no. 77, pp. 396–409.
- [6] Tanne K., Koenig H.A., Burstone C.J. Moment to force ratios and center of rotation. *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 1988, no. 94, pp. 426–431.
- [7] Osipenko M.A., Nyashin M.Yu., Nyashin Yu.I. Center of resistance and center of rotation of the tooth: the definitions, conditions of existence, properties. *Rossiyskiy zhurnal biomekhaniki* [Russian Biomechanics Journal], 1999, no. 1, pp. 3–11 (in Russ.).
- [8] Meyer B.N., Chen J., Katona Th. R. Does the center of resistance depend on the direction of tooth movement? // *Am. J. of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 2010, vol. 137, no. 3, pp. 354–361. DOI: 10.1016/j.ajodo.2008.03.029
- [9] Rogowska J. Overview and fundamentals of medical image segmentation. Handbook of medical image processing and analysis. 1st ed. San Diego: Academic Press, 2000, 901 p. (pp. 69–85).
- [10] Zienkiewicz O. The finite element in engineering science. 2nd ed. New York, McGraw-Hill Inc. 1972. 432 p. (Russ. Ed.: Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike. Per. s angl. Moscow, Mir Publ., 1975. 364 p.).

Статья поступила в редакцию 01.10.2013

Сергей Дарчоевич Арутюнов — д-р мед. наук, профессор кафедры “Стоматология общей практики и подготовки зубных техников” Московского государственного медико-стоматологического университета. Автор более 800 научных работ в области ортопедической стоматологии.

Московский государственный медико-стоматологический университет, Российская Федерация, 125438, Москва, Онежская ул., д. 7а.

S.D. Arutyunov — Dr. Sci. (Med.), professor of “General Stomatology and Dental Technician Training” department of Moscow State Medical Stomatological University. Author of more than 800 publications in the field of dental orthopedics.

Moscow State Medical Stomatological University, Onezhskaya ul. 7a, Moscow, 125438 Russian Federation.

Сергей Сергеевич Гаврюшин — д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 140 научных работ в области вычислительной механики, динамики и прочности машин.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

S.S. Gavryushin — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Applied Mechanics” department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 140 publications in the field of computational mechanics, machinery dynamics and resistance.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Эдуард Брониславович Демишкевич — аспирант кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

E.B. Demishkevich — post-graduate of “Applied Mechanics” department of Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.