

О СТРУКТУРЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

А.М. Макаров, Л.А. Лунёва, К.А. Макаров

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: anmark2009@rambler.ru

Произвольное векторное поле в безграничном пространстве полностью определяется распределением скалярного и векторного источников поля. Объемной плотностью скалярного источника является дивергенция, а объемной плотностью векторного источника — ротор рассматриваемого векторного поля. Электромагнитное поле представляет собой совокупность векторных электрического и магнитного полей (векторное поле напряженности электрического поля и векторное поле магнитной индукции). Это предопределяет состав и структуру уравнений классической электродинамики: два скалярных уравнения для объемных плотностей скалярных источников поля и два векторных уравнения для объемных плотностей векторных источников поля. Скрытая симметрия системы уравнений электро- и магнитостатики в части физического содержания скалярных и векторных источников поля становится явной при формальном использовании понятий физически несуществующих “магнитных зарядов” и “магнитных токов”. Специфичность уравнений электро- и магнитостатики и скрытая симметрия источников векторного поля напряженности электрического поля и векторного поля магнитной индукции в совокупности с законом сохранения электрического заряда и законом сохранения электромагнитной энергии могут быть положены в основу построения системы уравнений классической электродинамики. Показано, что закон полного тока и закон электромагнитной индукции можно рассматривать как следствия обобщения законов электро- и магнитостатики и перечисленных выше физических законов.

Ключевые слова: электромагнитное поле, источники поля, система уравнений, скрытая симметрия.

CONCERNING STRUCTURE OF SIMULTANEOUS EQUATIONS OF THE CLASSICAL ELECTRODYNAMICS

A.M. Makarov, L.A. Lunyova, K.A. Makarov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: anmark2009@rambler.ru

Arbitrary vector field in unfirmamented space is completely determined by the distribution of scalar and vector field sources. Volumetric density of the scalar source is divergence, whereas the volumetric density of the vector source is the curl of the considered vector field. The electromagnetic field represents a set of electric and magnetic vector fields (vector field of electrical intensity and vector field of magnetic induction). This predetermines the composition and structure of classical electrodynamics equations: two scalar equations for volumetric densities of scalar field sources and two vector equations for volumetric densities of vector field sources. The hidden symmetry of simultaneous equations of electrostatics and magnetostatics in a part of the physical content of scalar and vector field sources becomes apparent with the formal use of concepts of physically non-existent “magnetic charge”

and “magnetic currents”. The specificity of the equations of electrostatics and magnetostatics and also hidden symmetry of vector field sources of electrical intensity and vector field of magnetic induction in conjunction with the charge conservation law and the law of conservation of electromagnetic energy can form the basis of simultaneous equations design of classical electrodynamics. It is shown that the Ampere’s circuital law and the Faraday law of induction can be reviewed as a consequence of generalization of electrostatics and magnetostatics laws and also physical laws mentioned above.

Keywords: electromagnetic field, field sources, simultaneous equations, hidden symmetry.

При изложении раздела “Электричество и магнетизм” в учебной литературе используют два подхода. В первом подходе следуют историческому ходу установления физических законов электромагнетизма и последовательно переходят от частных закономерностей к общей теории электромагнитного поля [1–6]. В случае второго подхода постулируют справедливость системы уравнений классической электродинамики и исследуют конкретные электромагнитные явления как частные случаи общей теории [7–10].

В первом подходе опыты М. Фарадея используют для установления закона электромагнитной индукции, во втором — для проверки “работоспособности” общей теории. В первом подходе эксперименты по прохождению переменного электрического тока через конденсатор применяют для установления закона полного тока, во втором — для проверки “работоспособности” общей теории. В случае первого подхода эксперименты с электрическими зарядами приводят к закону сохранения электрического заряда, в случае второго — закон сохранения электрического заряда является следствием системы уравнений Максвелла.

Основная проблема первого подхода — установление полного набора базовых экспериментальных результатов и их математической обработки, а также сведение получаемых физических закономерностей в единую систему уравнений классической электродинамики. Во втором подходе проблемой является доказательство того факта, что из системы уравнений Максвелла следуют (или по крайней мере им не противоречат) основные физические закономерности электро- и магнитостатики. В некоторых работах [11–15] устранены погрешности указанных доказательств, приведенных в учебниках теоретической физики [16–19].

И в первом, и во втором подходе центральным вопросом остается вопрос о содержании и структуре системы уравнений классической электродинамики.

Классическая электродинамика — феноменологическая наука по способу описания электромагнитных явлений и используемому математическому аппарату. Желательно ее основные законы установить,

не покидая принятого уровня описания. Небесспорные попытки вывести закон электромагнитной индукции из основных предположений электронной теории, описанные, в частности, в монографии Э. Уиттекера [20], в настоящей статье не обсуждаются.

Для изложения в общем курсе физики теоретических положений системы уравнений Максвелла в части описания явления электромагнитной индукции характерно следующее.

Описание движения “перемычки” (деформация контура) в стационарном магнитном поле сводится к использованию либо силы Ампера, либо силы Лоренца. Возникновение ЭДС электромагнитной индукции при изменении во времени потока вектора магнитной индукции через поверхность, опирающуюся на неподвижный контур, приходится постулировать. В работе [4] отмечено, что закон электромагнитной индукции Фарадея описывает (одновременно и правильно) два совершенно различных физических явления, при этом “не видно никакого физического принципа, позволяющего объединить эти явления” (следовало бы добавить на принятом уровне описания).

По-видимому, такой принцип существует. Известно, что часть дифференциальных уравнений классической электро- и магнитостатики в форме постулата переносится в теорию нестационарных электромагнитных явлений: это дифференциальная форма теоремы Гаусса для векторного поля \vec{D} и условие соленоидальности векторного поля магнитной индукции \vec{B} . Тем самым фактически вводится предположение, что следствия из закона Кулона и закона Био-Савара справедливы по крайней мере для квазистационарных электромагнитных явлений.

Из закона Био-Савара и уравнения непрерывности объемной плотности электрического заряда формально можно получить формулировку закона полного тока, при этом требуется только предположение о справедливости закона Био-Савара в условиях достаточно медленно протекающих электродинамических процессов, а результат — результат будет справедлив в общем случае [21–23].

При формировании системы уравнений классической электродинамики (системы уравнений Максвелла) будем исходить из установленных опытным путем и соответствующим образом обработанных теоретически законов электро- и магнитостатики, помня о важности двух известных “максим”.

1. Физический закон должен быть математически изящным (П. Дирак).
2. Скрытая симметрия сильнее явной (Гераклит).

Основное положение электростатики состоит в том, что силу \vec{F} действия электростатического поля на неподвижный сосредоточенный электрический заряд q можно описать с помощью векторного поля

“напряженности \vec{E} ”, определенного в каждой точке рассматриваемой области, в том числе и в точке расположения электрического заряда:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Действие магнитного поля на совокупность движущихся электрических зарядов (элемент проводящего контура с током) описывают с помощью векторного поля “магнитной индукции \vec{B} ”:

$$d\vec{F} = J d\vec{l} \times \vec{B},$$

где J — сила тока в элементарном отрезке проводника $d\vec{l}$, направление вектора $d\vec{l}$ определяется направлением электрического тока. В развернутом понимании векторное поле \vec{E} описывает действие электромагнитного поля на электрические заряды, связанное с положением рассматриваемых электрических зарядов, а векторное поле \vec{B} — действие электромагнитного поля на электрические заряды, связанное с движением электрических зарядов в пространстве.

Следовательно, теория электромагнитных явлений сводится к изучению закономерностей (свойств) двух векторных полей \vec{E} и \vec{B} , в условиях электро- и магнитостатики рассматриваемых отдельно, а в условиях электродинамики — как нераздельная совокупность понятий теории электромагнитного поля.

Произвольное векторное поле в безграничном пространстве восстанавливается только по совокупности плотностей скалярного и векторного источников поля, в качестве которых выступают дивергенция и ротор векторного поля:

$$\vec{a} = \text{grad} \left(\frac{1}{4\pi} \int \frac{\text{div} \vec{a}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \right) + \text{rot} \left(\frac{1}{4\pi} \int \frac{\text{rot} \vec{a}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \right). \quad (1)$$

При этом ротор векторного поля (векторный источник поля) — соленоидальный вектор ($\text{div} \text{rot} \vec{a} \equiv 0$) по определению [24]. В соотношении (1) \vec{r} — радиус-вектор точки наблюдения; \vec{r}' — радиус-вектор точки расположения источников поля; dV — физически бесконечно малый объем пространства, причем интегрирование выполняется по координатам точки расположения источников поля, т.е. по штрихованным координатам. Соотношение (1) справедливо для случая расположения источников поля в ограниченной области.

Поскольку векторное поле полностью определяется своими источниками, система уравнений электростатики должна содержать два уравнения: 1) скалярное уравнение для скалярного источника; 2) векторное уравнение для векторного источника \vec{E} . Система уравнений магнитостатики также состоит из двух уравнений: 1) скалярного уравнения для скалярного источника; 2) векторного уравнения для векторного источника \vec{B} .

Для упрощения выкладок рассмотрим дифференциальные уравнения электро- и магнитостатики для неподвижной, изотропной, однородной, проводящей среды без эффектов поляризованности и намагничивания:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (3)$$

Здесь \vec{E} — векторное поле напряженности электрического поля; \vec{B} — векторное поле магнитной индукции; ρ — объемная плотность электрических зарядов; ε_0 — электрическая постоянная; \vec{j} — объемная плотность токов проводимости; μ_0 — магнитная постоянная. Отметим, что форма записи основных уравнений электро- и магнитостатики (2) и (3) является наиболее плодотворной, поскольку “силовые” векторные поля \vec{E} и \vec{B} обладают ясным физическим содержанием. Уравнения (2) — это следствие закона Кулона, а уравнения (3) — закона Био-Савара. В соответствии с физическим законом сохранения электрического заряда векторный источник поля магнитной индукции соленоидальный в условиях магнитостатики:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0.$$

Скалярный источник электростатического поля определяется положением в пространстве электрических зарядов, а векторный источник стационарного магнитного поля в отсутствие намагничивания среды — током проводимости, т.е. коллективным движением электрических зарядов в пространстве.

В целях выявления скрытой симметрии основных уравнений электро- и магнитостатики перепишем соотношения (2) и (3) в следующей форме:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = \zeta \vec{j}^{(m)}; \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = \xi \rho^{(m)}, \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}, \quad (5)$$

где $\vec{j}^{(m)}$ — объемная плотность “магнитных” токов (результат коллективного движения “магнитных” зарядов, тождественно равна нулю); $\rho^{(m)}$ — объемная плотность “магнитных” зарядов (в классической электродинамике эти заряды не обнаружены, эта величина тождественно равна нулю); ξ , ζ — некоторые коэффициенты пропорциональности (их детализация далее не требуется). Фактически, уравнения (2), (3) и уравнения (4), (5) не отличаются, но вторая форма записи позволяет выявить скрытую симметрию уравнений электро- и магнитостатики.

Скалярные источники электростатического и стационарного магнитного полей определяются объемной плотностью соответственно

электрических зарядов и “магнитных” зарядов, т.е. существует определенное соответствие физической природы рассматриваемого поля и заряда (скалярного источника поля), его порождающего.

Векторный источник электростатического поля определен объемной плотностью “магнитных” токов, а векторный источник магнитного поля — объемной плотностью электрических токов. Легко заметить, что электрическое поле, в частности, порождается токами иной физической природы так же, как и магнитное поле, в частности, порождается токами электрической природы.

Указанная скрытая симметрия уравнений электро- и магнито-статистики будет использована для установления структуры уравнений классической электродинамики.

Далее рассмотрим положения, принимаемые в качестве постулатов, определяющие содержание и структуру системы уравнений классической электродинамики.

Первый постулат. Согласно эвристическим рассуждениям, каждое из стационарных рассматриваемых полей \vec{E} и \vec{B} “неполно” в том отношении, что первое не имеет отличного от нуля векторного источника поля, а второе — отличного от нуля скалярного источника поля. В условиях магнито-статистики и электростатического поле, и магнитное поле представляются некоторыми специфическими частными реализациями более общих векторных полей, обладающих полным набором отличных от нуля источников поля.

Возникает идея, что объединение этих полей в единое целое (электромагнитное поле) будет обладать как скалярным, так и векторным источником поля. Это (можно надеяться) объединение будет более полно описывать электромагнитные явления. Теория переменного во времени электромагнитного поля может считаться построенной, если установлены плотности скалярных и векторных источников электромагнитного поля. Таким образом, принципиально устанавливается **структура основных уравнений классической электродинамики**, т.е. система уравнений классической электродинамики должна содержать четыре уравнения:

- 1) для дивергенции напряженности электрического поля;
- 2) для дивергенции магнитной индукции;
- 3) для ротора напряженности электрического поля;
- 4) для ротора магнитной индукции.

Последующий переход к более удобной форме записи системы уравнений классической электродинамики с использованием векторов электрического смещения \vec{D} и напряженности магнитного поля \vec{H} не меняет суть дела.

Второй постулат. Принимаем утверждение, что дивергентные уравнения электро- и магнитостатики справедливы для нестационарного случая. Речь идет о том, что скалярные источники электромагнитного поля, связанные с положением электрических и “магнитных” зарядов, не меняют своего физического содержания в нестационарных условиях, а поскольку в классической электродинамике магнитных зарядов не существует, первое из уравнений (3) остается однородным.

Плотность векторных источников электрического и магнитного полей, рассматриваемых как единое электромагнитное поле, может быть установлена следующим способом.

Уравнение непрерывности электрического заряда при описании нестационарных явлений имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{j}. \quad (6)$$

Закон сохранения электрического заряда, как и основные законы электро- и магнитостатики, установлен задолго до создания общей теории электромагнитного поля.

Отметим, что при изложении теории электромагнетизма на основе системы уравнений классической электродинамики (система уравнений Максвелла) уравнение (6) рассматривается как следствие уравнений Максвелла. Далее предполагается, что закон сохранения электрического заряда (уравнение (6)) является не следствием, а одним из главнейших условий возможности построения замкнутой системы уравнений классической электродинамики.

Используем известный прием теоретического обоснования уравнения полного тока [10]. Продифференцируем по времени первое уравнение (2) и полученный результат используем в уравнении (6):

$$\operatorname{div} \left(\vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E}) \right) = 0. \quad (7)$$

Соотношение (7) должно выполняться в произвольном случае. Фактически, уравнением (7) неявно определено некоторое векторное поле $\vec{\Psi}$:

$$\operatorname{rot} \vec{\Psi} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E}). \quad (8)$$

В стационарных условиях (частная производная по времени в уравнении (8) обращается в нуль) известно соотношение (следствие закона Био-Савара)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}.$$

Тогда сформулируем третий постулат.

Третий постулат. Принимаем утверждение о справедливости уравнения, известного как закон полного тока:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \vec{E}). \quad (9)$$

По мнению М. Абрагама и Р. Беккера [18]: “...нужное дополнение для тока проводимости найдено. Это ток смещения, ...введение которого в основные уравнения образует стержень всей максвелловской теории. Это есть единственное, но решающее различие между воззрениями максвелловской теории и более старой теории дальнего действия¹”.

Закон полного тока (9) позволяет получить дополнительную информацию, которая оказывается полезна при установлении закона электромагнитной индукции Фарадея. Категорическое заявление В. Пановского и М. Филипс [19], что “соотношение (имеется в виду закон электромагнитной индукции Фарадея) представляет собой независимый закон, полученный экспериментально, который никоим образом не может быть выведен из соотношений, приведенных ранее. Вопреки некоторым утверждениям закон индукции Фарадея не выводится также и из закона сохранения энергии полной системы токов в магнитном поле” опровергается полученными ниже результатами.

Перепишем соотношение (9):

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (10)$$

Проанализируем уравнение (10). Плотность векторного источника магнитного поля (т.е. вектора \vec{B} как “силовой” характеристики магнитного поля) зависит с некоторыми коэффициентами от объемной плотности тока проводимости (коллективное движение электрических зарядов) и от скорости изменения во времени “силовой” характеристики электрического поля \vec{E} .

¹Затронутая в приведенной цитате проблема различий теории дальнего действия и теории ближнего действия не так проста, как это представляется на первый взгляд. Принято полагать, что закон Кулона и закон Био-Савара представляют собой следствие основных предпосылок теории дальнего действия. Из закона Био-Савара получена теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля. Известная в курсе общей физики задача об определении величины циркуляции по произвольному замкнутому контуру вектора напряженности магнитного поля, образованного постоянным электрическим током, который протекает по прямолинейному проводнику конечной длины (условия магнитостатики при этом не выполнены), с помощью закона Био-Савара и принципа суперпозиции приводит к результату, получаемому с использованием теоремы о циркуляции вектора напряженности магнитного поля в теории Максвелла (закон полного тока с учетом изменения величины сосредоточенных электрических зарядов на концах проводника с течением времени) [21–23]. Осознание этого факта, по-видимому, требует отдельного исследования.

Четвертый постулат. Учитывая “скрытую симметрию” уравнений электро- и магнитостатики (2), (3), выявленную соотношениями (4), (5), естественно предположить, что для плотности векторного источника электрического поля существует “аналогичная” зависимость:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \alpha \vec{j}_{\Sigma}^{(m)} + \beta \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (11)$$

где α и β — некоторые скалярные величины; $\vec{j}_{\Sigma}^{(m)}$ — векторное поле объемной плотности “магнитного” тока (тока, вызванного коллективным движением “магнитных” зарядов). Плотностью векторного источника напряженности электрического поля должно быть векторное поле объемной плотности “магнитного” тока и скорость возрастания с течением времени “силовой” характеристики магнитного поля. В линейном приближении скалярные величины α и β не должны зависеть от вектора магнитной индукции. Поскольку в природе не обнаружены магнитные заряды (приближение классической электродинамики), слагаемое $\alpha \vec{j}_{\Sigma}^{(m)}$ в правой части уравнения (11) следует приравнять нулю.

Преобразуем полученную систему “роторных” уравнений к виду

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (12)$$

$$\frac{1}{\beta} \operatorname{rot} \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (13)$$

Умножим скалярно уравнение (12) на напряженность электрического поля, а уравнение (13) — на напряженность магнитного поля, результаты сложим и после элементарных преобразований получим соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu_0 \vec{H}^2}{2} \right) = \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} + \frac{1}{\beta} H \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{j} \vec{E}. \quad (14)$$

В левой части уравнения (14) легко угадывается частная производная объемной плотности энергии электромагнитного поля по времени: сумма объемной плотности энергии электрического и плотности энергии магнитного поля — естественный результат объединения электростатики и магнитостатики. Следует отметить, что отсутствие в левой части уравнения (14) перекрестных членов по величинам \vec{E} и \vec{H} , естественное при выводе теоремы Пойнтинга из системы уравнений Максвелла, здесь выступает как допущение теории — **пятый постулат**.

Следствием дифференциальной формы закона Ома являются соотношения

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{j} \vec{E} = \sigma \vec{E}^2,$$

где σ — электропроводность среды. Квадратичный по вектору \vec{E} член в правой части уравнения (14) — объемная плотность джоулевых потерь (плотность тепловыделения) — по физическому смыслу является объемной плотностью “стока” (отрицательного источника) электромагнитной энергии. Для рассмотрения уравнения (14) в качестве уравнения “сохранения электромагнитной энергии” необходимо, чтобы оставшиеся члены правой части этого уравнения были равны дивергенции плотности потока электромагнитной энергии со знаком “минус”. Только в этом случае закон сохранения будет иметь традиционную “дивергентную” форму — *шестой постулат*. Это условие выполняется при коэффициенте β , равном единице со знаком “минус”:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu_0 \vec{H}^2}{2} \right) = -\operatorname{div} \vec{S} - \sigma \vec{E}^2, \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H},$$

где \vec{S} — вектор Умова–Пойнтинга (объемная плотность потока энергии электромагнитного поля). Фактически определение коэффициента β теоретически обосновывает формулировку правила Ленца в явлении электромагнитной индукции.

Заключение. Полная система уравнений классической электродинамики для изотропной однородной проводящей неподвижной среды без эффектов поляризованности и намагничивания с использованием материальных уравнений среды

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

может быть записана в следующем виде:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (15)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (16)$$

Скалярный источник электромагнитного поля — объемная плотность электрических зарядов, а векторные источники электромагнитного поля — объемная плотность токов проводимости и токов смещения (для магнитного поля), скорость изменения во времени векторного поля магнитной индукции, взятой с обратным знаком (для электрического поля).

Система уравнений классической электродинамики (15), (16) получена из первичных основополагающих результатов электро- и маг-

нитостатики, дифференциальные уравнения которой обладают специфической симметрией объемных плотностей источников векторного поля, с учетом закона сохранения электрического заряда, установленного Б. Франклином, законов Ома и Джоуля – Ленца, с учетом отсутствия в природе (классическая электродинамика) магнитных зарядов без использования представлений электронных теорий и **без прямого использования результатов Фарадея и правила Ленца и опытов по протеканию переменного во времени электрического тока в электрической неразветвленной цепи, содержащей электрический конденсатор**. При формировании системы уравнений Максвелла использованы результаты исследований Н.А. Умова по переносу энергии в непрерывных средах [25] и результаты работ Н.Е. Кочина по конструктивному восстановлению произвольного векторного поля по известным распределениям его скалярного и векторного источников [24].

ЛИТЕРАТУРА

1. Калашиников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1985. 576 с.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Высш. шк., 1983. 463 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2: Электричество и магнетизм. М.: АСТ: Астрель, 2005. 336 с.
4. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. 352 с.
5. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Электродинамика. М.: Издательский центр “Академия”, 2002. 352 с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Гардарики, 2001. 317 с.
7. Матвеев А.Н. Электродинамика. М.: Высш. шк., 1980. 383 с.
8. Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 368 с.
9. Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники сверхвысоких частот. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 488 с.
10. Новожилов Ю.В., Яппа Ю.А. Электродинамика. М.: Наука, 1978. 352 с.
11. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Интегральные уравнения электростатики. Необратимые процессы в природе и технике // Труды Шестой Всероссийской конференции 26–28 января 2011 г. В 3 ч. Ч. 1. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. С. 207–210.
12. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Обоснование уравнений электростатики изотропных диэлектриков. Необратимые процессы в природе и технике // Труды Шестой Всероссийской конференции 26–28 января 2011 г. В 3 ч. Ч. 1. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. С. 211–214.
13. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Об основных уравнениях электростатики изотропных диэлектриков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2011. № 2 (41). С. 25–40.
14. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Магнитостатика проводящих сред. Необратимые процессы в природе и технике // Труды Шестой Всероссийской конференции 26–28 января 2011 г. В 3 ч. Ч. 1. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. С. 215–218.

15. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Статика изотропных магнетиков. Необратимые процессы в природе и технике // Труды Шестой Всероссийской конференции 26–28 января 2011 г. В 3 ч. Ч. 1. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. С. 219–222.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 2. Теория поля. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит, 1962. 423 с.
17. Савельев И.В. Основы теоретической физики. В 2 т. Т. 1. Механика и электродинамика. М.: Наука, 1991. 496 с.
18. Абрагам М., Беккер Р. Теория электричества. Л.; М.: ОНТИ, Гл. ред. общетехн. лит, 1936. 281 с.
19. Пановский В., Филипп М. Классическая электродинамика. М.: Физматгиз, 1963. 432 с.
20. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. 512 с.
21. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Теория и практика классической электродинамики. М.: URSS, 2013. 767 с.
22. Макаров А.М., Макаров К.А. Закон полного тока как следствие закона Био-Савара–Лапласа. Необратимые процессы в природе и технике // Тезисы докладов Третьей Всероссийской конференции 24–26 января 2005 г. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. С. 64–65.
23. Макаров А.М., Макаров К.А. К вопросу о циркуляции по замкнутому контуру напряженности магнитного поля незамкнутой кривой с током. Необратимые процессы в природе и технике // Тезисы докладов Третьей Всероссийской конференции 24–26 января 2005 г. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. С. 66.
24. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. 427 с.
25. Умов Н.А. Уравнения движения энергии в телах. В кн.: “Избранные сочинения”. М.; Л.: Гос. изд-во теоретической и технической литературы, 1950. 575 с.

REFERENCES

- [1] Kalashnikov S.G. Elektrichestvo [Electricity]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 576 p.
- [2] Matveev A.N. Elektrichestvo i magnetizm [Electricity and magnetism.]. Moscow, Vyssh.shk. Publ., 1983. 463 p.
- [3] Savelyev I.V. The course of general physics. In 5 volumes. Volume II. Electricity and Magnetism, Waves, Optics. Mir Publishers, 1989. 254 p. (Russ. Ed.: Savel'ev I.V. Kurs obshchey fiziki. V 5 kn. Kn. 2: Elektrichestvo i magnetizm. Moscow, AST: Astrel' Publ., 2005. 336 p.)
- [4] Irodov I.E. Elektromagnetizm. Osnovnye zakony [Electromagnetism. The basic laws]. Moscow, Laboratoriya Bazovyykh Znaniy Publ., 2000. 352 p. (Russ. Ed.: Irodov I.E. Elektromagnetizm. Osnovnye zakony. Moscow, Laboratoriya Bazovyykh Znaniy, 2000. 352 p.)
- [5] Gershenzon E.M., Malov N.N., Mansurov A.N. Elektrodinamika [Electrodynamics]. М.: Izdatel'skiy tsentr “Akademiya” Publ., 2002. 352 p.
- [6] Bessonov L.A. Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Elektromagnitnoe pole. [Theory of electrotechnics. Electromagnetic field]. Moscow, Gardariki Publ., 2001. 317 p.
- [7] Matveev A.N. Elektrodinamika [Electrodynamics]. Moscow, Vyssh.shk. Publ., 1980. 383 p.
- [8] Kugushev A.M., Golubeva N.S., Mitrokhin V.N. Osnovy radioelektroniki. Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln [Radioelectronics basis. Electrodynamics and radiowave propagation] Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2001. 368 p.

- [9] Golubeva N.S., Mitrokhin V.N. *Osnovy radioelektroniki sverkhvysokikh chastot* [Basis of radioelectronics of superhigh frequency]. Moscow, MGТУ im. N.E. Bauman Publ., 2006. 488 p.
- [10] Novozhilov Yu.V., Yappa Yu.A. *Elektrodinamika* [Electrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 352 p.
- [11] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. Integral equation of electrostatics. *Proc. 6 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike". V 3 ch.* [Summ. Rep. 6th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology". In 3 parts], Moscow, 26–28 January 2011, MGТУ im. N.E. Bauman, 2011, part 1, pp. 207–210 (in Russ.).
- [12] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. Substantiation of the equations of isotropic dielectric electrostatics. *Proc. 6 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike". V 3 ch.* [Summ. Rep. 6th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology". In 3 parts], Moscow, 26–28 January 2011, MGТУ im. N.E. Bauman, 2011, part 1, pp. 211–214 (in Russ.).
- [13] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. Concerning basic equations of isotropic dielectrics electrostatics. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N. E. Bauman, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2011, no. 2, pp. 25–40 (in Russ.).
- [14] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. Magnetostatics of conductive medium. *Proc. 6 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike". V 3 ch.* [Summ. Rep. 6th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology". In 3 parts], Moscow, 26–28 January 2011, MGТУ im. N.E. Bauman, 2011, part 1, pp. 215–218 (in Russ.).
- [15] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. The statics of isotropic magnetics. *Proc. 6 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike". V 3 ch.* [Summ. Rep. 6th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology". In 3 parts], Moscow, 26–28 January 2011, MGТУ im. N.E. Bauman, 2011, part 1, pp. 219–222 (in Russ.).
- [16] Landau L.D., Lifshits E.M. *Course of theoretical physics. Ten-volume set. Vol. 2 The Classical Theory of Fields.* Oxford, New York, Pergamon, 1984. 460 p. (Russ. Ed.: Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. V 10 t. T. 2. Teoriya polya.* Moscow, Gos. izd-vo fiz.-mat. Lit. Publ., 1962. 423 p.).
- [17] Savel'ev I.V. *Osnovy teoreticheskoy fiziki. V 2 t. T. 1. Mekhanika i elektrodinamika.* [Fundamentals of theoretical physics. Two-volume set. Vol. 1. Mechanics and electrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 496 p.
- [18] Abraham Max, Becker Richard. *The Classical Theory of Electricity and Magnetism.* 2nd ed. Blackie & Son Limited, 1932. 285 p. (Russ. Ed.: Abragam M., Bekker R. *Teoriya elektrichestva.* Leningrad, Moscow, ONTI: Gl. Red. Obshchetekhn. Lit. Publ., 1936. 281 p.).
- [19] Panofsky W.K.H., Phillips M. *Classical Electrodynamics. Second Edition.* Dover Books on Physics, 2005. 512 p. (Russ. ed.: Panovskiy V., Filips M. *Klassicheskaya elektrodinamika.* Per. s angl. V.P. Bykova. Pod red. S.P. Kapitsy / Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 432 p.).
- [20] Whittaker E.R.S. *A History of the Theories of Aether and Electricity. The Classical Theories.* Humanities Press, 1973. 481 p. (Russ. Ed.: Uitteker E. *Istoriya teorii efira i elektrichestva / per. s angl. N.A. Zubchenko.* Izhevsk, NITs "Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika" publ., 2001. 512 p.).
- [21] Makarov A.M., Luneva L.A., Makarov K.A. *Teoriya i praktika klassicheskoy elektrodinamiki* [Theory and practice of classical electrodynamics]. Moscow, URSS Publ., 2013. 767 p.

- [22] Makarov A.M., Makarov K.A. Ampere's circuital law as a consequence of Biot-Savart-Laplace's law. *Tezisy 3 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike"* [Summ. Rep. 3th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology"], Moscow, 24–25 January 2005, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2005, pp. 64–65 (in Russ.).
- [23] Makarov A.M., Makarov K.A. Concerning revisiting the closed-circuit circulation of magnetic field intensity of open curve with the current. *Tezisy 3 Vseross. Konf. "Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike"* [Summ. Rep. 3th All-Russ. Conf. "Irreversible processes in the Nature and Technology"], Moscow, 24–25 January 2005, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2005, p. 66 (in Russ.).
- [24] Kochin N.E. Vektornoe ischislenie i nachala tenzornogo ischisleniya [Vectorial calculus and the onset of tensor calculus]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 427 p.
- [25] Umov N.A. Uravneniya dvizheniya energii v telakh. V kn.: "Izbrannye sochineniya" [Motion equation of energy in the bodies. In selected works]. Moscow, Leningrad, Gos. izd-vo teoreticheskoy i tekhnicheskoy lit. Publ., 1950. 575 p.

Статья поступила в редакцию 14.10.2013

Анатолий Макарович Макаров — д-р техн. наук, профессор кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области физики. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

A.M. Makarov — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of physics. Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Любовь Александровна Лунёва — канд. техн. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 50 научных работ в области физики. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

L.A. Lunyova — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 50 publications in the field of physics. Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Константин Анатольевич Макаров — канд. техн. наук, доцент кафедры “Гидроме- ханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 30 научных работ в области гидравлики. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

K.A. Makarov — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Hydromechanics, Hydromachines and Hydropneumoautomatics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 30 publications in the field of hydraulics. Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.