

УДК 624.113

А. В. Балдин, В. Б. Борисевич,  
В. Ю. Строганов

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ В МОДЕЛЯХ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМИ МАШИНАМИ

*Рассмотрены вопросы аналитико-имитационного моделирования нестационарных динамических режимов управления транспортными и технологическими машинами.*

Только имитационное либо аналитико-имитационное моделирование может в полной мере учесть характеристики движения машины, такие как скорость, ускорение, угол поворота, распределение нагрузки и др.

В реальных условиях эксплуатации функционирование машин сопровождается случайным характером внешних воздействий, рельефа грунта и его характеристик и выбор оптимальных режимов эксплуатации может быть основан на решении задач стохастической оптимизации и моделирования динамических режимов управления случайными процессами.

В общем случае задача оптимизации заключается в выборе режимов управления (угла поворота, момента на оси колеса и др.), доставляющих экстремум выбранному критерию эффективности передвижения (удельной силе тяги, энергетическим потерям и др.). Предполагается, что для каждого режима управления стохастическая модель передвижения транспортной или технологической машины однозначно определяет значение критерия  $Y = Y(X)$ , а условие оптимальности режима имеет вид  $X^* = \arg \max_{X \in U} Y(X)$ , где  $U$  — множество значений управляемого параметра  $X$ .

В силу того, что управление ведется в нестационарных условиях (постоянные рывки, повороты, буксование и др.), то для решения задачи оптимизации необходимо допущение, что при каждом фиксированном режиме  $X$  имитационная модель позволяет вычислять оценки характеристик передвижения с любой наперед заданной степенью точности.

В процессе управления транспортной машиной (имитационной моделью) значения режимов (управляемых параметров модели) изменяются в сторону улучшения характеристик на основании грубых оценок, полученных в локальной окрестности текущей точки множества

значений управляемых параметров. При этом может быть достаточно велика вероятность выбора неверного решения относительно направления изменения рабочих режимов движения в силу того, что характеристики грунта носят случайный характер, а изменение режима приводит к появлению переходного процесса характеристик передвижения. Таким образом, управляемая имитационная модель помимо случайного процесса характеристик передвижения машины определяет и процесс случайного изменения режимов управления движением.

Для получения значения характеристики  $Y$  необходим анализ характеристик имитационного процесса  $\xi(t)$  транспортной машины в течение некоторого временного интервала  $[0, T]$ . Обозначим через  $s$  точку фазового пространства  $S$ .

Положим также, что процессы  $\xi_X(t)$  характеристик передвижения стационарны, а нестационарность возникает лишь в момент изменения режима управления, что фиксирует начальное состояние процесса, отличное от стационарного.

Обозначим  $\xi_X(t|s)$  случайный процесс характеристик  $\xi_X(t)$  с фиксированным начальным состоянием  $s$  ( $s \in S$ ) и положим, что независимо от начального состояния существует единственное предельное значение характеристики при условиях сохранения режимов управления.

Будем считать, что критерием эффективности передвижения машины является математическое ожидание предельного значения характеристик процесса:

$$Y(X) = M\xi_X(t). \quad (1)$$

Поскольку больший интерес представляет не текущее значение характеристики, а ее усредненное значение, то в качестве характеристики передвижения машины в дальнейшем используется среднеинтегральная оценка

$$\hat{Y}(X) = \frac{1}{T} \int_0^T \xi_X(t|s) dt. \quad (2)$$

Поскольку интервал времени длиной  $T$  на принятие решения для выбора новых режимов ограничен, то оценки прогнозируемых характеристик  $\hat{Y}(X)$  являются смещенными. Пусть  $[0, T]$  — временной интервал управления; положим, что в ходе передвижения или моделирования значение  $X$  остается неизменным в течение всего временного интервала, а изменяется лишь в моменты окончания интервала управления в соответствии с полученными интегральными оценками  $\hat{Y}(X)$ .

Будем называть процесс характеристик перемещения  $\xi_X(t)$ , определенный на пространстве  $S$ , *основным процессом*. Введем понятие *процесса управления*  $\eta(t)$ , который задан на пространстве  $S_U$  и определяет значения режимов управления  $X$ , изменяемые в моменты времени  $t_i$ , соответствующие моментам окончания интервалов управления. В предположении, что на интервале управления значение  $X$  остается неизменным, возможно получение характеристик процесса управления.

Проведен ряд экспериментов, в результате которых поставлены и решены частные задачи оптимизации режимов имитационной модели транспортной машины с использованием поисковых алгоритмов, определены условия сходимости поисковых алгоритмов и получены аналитические выражения для описания условно-нестационарного процесса характеристик передвижения.

Пусть вектор-столбец  $\bar{s} = (s_0, s_{-1}, \dots, s_{-m})^T$  определяет значения характеристик передвижения  $\xi(t)$  в моменты  $t_0 > t_{-1} > \dots > t_{-m}$ . Обозначим этот фрагмент процесса как многомерную случайную величину  $\theta$ .

На основании теоремы о нормальной корреляции получено выражение для математического ожидания условно нестационарного процесса характеристик передвижения с заданной предысторией:

$$M\{\xi|S\}(t) = M\xi + D_{\xi\theta}(t)D_{\theta\theta}^{-1}(S - MS) = y + D\xi\theta(t)D_{\theta\theta}^{-1}(S - yE), \quad (3)$$

где  $y$  — математическое ожидание процесса;  $E$  — вектор-столбец единиц размерностью  $(m + 1)$ .

Ковариационная функция процесса определяется выражением

$$R(t, u) = r(|t - u|) - D_{\xi\theta}(t)D_{\theta\theta}^{-1}D_{\xi\theta}^T(u), \quad t \geq t_1, \quad u \geq t_1, \quad (4)$$

где  $D_{\xi\theta}(t) = (r(t - t_0), r(t - t_{-1}), \dots, r(t - t_{-m}))$  — вектор-строка ковариаций;  $D_{\theta\theta} = \|\text{cov}(\xi(t_i), \xi(t_j))\| = \|r(t_i - t_j)\|$ ,  $i, j = 0, \dots, m$ , — матрица ковариаций предыстории процесса в моменты  $t_i, t_j$ ;  $r(t)$  — автокорреляционная функция стационарного режима передвижения.

В качестве алгоритмов управления режимами передвижения выбраны алгоритмы стохастической аппроксимации. Далее через  $X^k$  обозначены значения режимов управления на  $k$ -й итерации. В результате проведенной формализации алгоритм функционирования управляемой имитационной модели передвижения машины представляет собой следующую последовательность действий.

1. Начальная настройка модели и выбор начальных режимов передвижения  $X^0$ ,  $k = 0$ .

2. При заданной комбинации режимов  $\{X_l^k\}_{l=1}^L$  генерируются выборочные траектории характеристик передвижения  $\xi_{X_l^k}(t|s_k)$  длительностью  $T$ , каждая из которых имеет одно начальное состояние  $s_k$ .

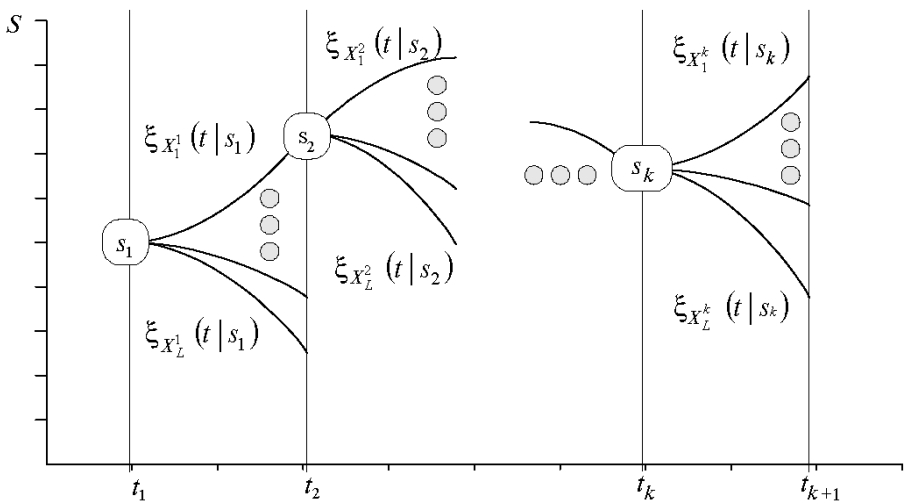


Схема выбора режимов управления

3. Вычисляются среднеинтегральные оценки характеристик для всех  $l = 1, \dots, L$  при общем начальном состоянии  $s_k$ :

$$\hat{Y}_{X_l^k}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \xi_{X_l^k}(t|s_k) dt. \quad (5)$$

4. Вычисляются оценки координат вектора  $\hat{\beta}^k$  — градиента функции характеристик  $Y(X^k)$ .

5. Выбирается очередное значение режима управления

$$X^{k+1} = X^k + a^k \hat{\beta}^k, \quad (6)$$

где  $a^k$  — расходящийся ряд (обычно гармонический).

6. Задается начальное состояние  $s_{k+1}$  следующего интервала управления, равное конечному состоянию одного из процессов предыдущего шага.

7. В соответствии с выбранным критерием останова выполняется переход к п. 2, либо к окончанию моделирования.

Таким образом, для решения поставленной задачи оптимизации режимов управления транспортной или технологической машиной необходимо знать поведение:

- основного параметризуемого процесса  $\xi_X(t|s)$ , или процесса характеристик передвижения машины;
- процесса среднеинтегральных оценок характеристик  $\hat{Y}(T|s)$ ;
- случайного процесса управления  $\eta(t)$  — режима передвижения транспортной либо технологической машины.

Рисунок иллюстрирует описанный выше алгоритм.

В результате анализа сходимости алгоритмов с различными параметрами получено, что наиболее рациональным является алгоритм с двойным изменением шага. На начальном этапе происходит изменение режимов управления с постоянным значением шага (приращения значения режима), затем используется алгоритм стохастической аппроксимации с достаточно большим значением параметра  $a^0$  и, наконец, выполняется алгоритм с меньшими значениями тех же параметров.

Процесс, порождаемый управляемой имитационной моделью, подобен процессу управления водителем технологической машиной на водонасыщенных грунтах, когда он пытается подобрать оптимальный режим. Сначала в условиях неопределенности характера грунта водитель пытается достаточно активно варьировать моментами на осях и режимами поворота, нащупывая некоторую зону, в которой передвижение возможно в принципе и которая соответствует грубой оценке оптимальных режимов. Затем, оценив чувствительность влияния изменения режимов на характеристики передвижения, водитель более плавно варьирует режимами и входит в зону стационарного управления. Последним этапом, при условии несущественных изменений параметров грунта, водитель начинает поддерживать стационарный режим управления, незначительно изменяя параметры.

Проведенный в работе анализ выделил класс режимов управления транспортной или технологической машиной на грунтах со слабой несущей способностью, которые позволяют достаточно быстро найти стационарный режим управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б е к к е р М. Г. Введение в теорию систем местность–машина: Пер. с англ. / Под ред. В.В. Гуськова. – М.: Машиностроение, 1973. – 520 с.
2. В о н г Д ж. Теория наземных транспортных средств: Пер. с англ. / Под ред. А.И. Аксенова. – М.: Машиностроение, 1982. – 285 с.
3. К а з а к о в И. Е., М а л ь ч и к о в С. В. Анализ стохастических систем в пространстве состояний. – М.: Наука, 1989. – 384 с.
4. С р а г о в и ч В. Г. Адаптивное управление. – М.: Наука, 1981. – 384 с.

Статья поступила в редакцию 25.01.2006