УДК 530.12:531.51

В. М. Корюкин

КВАЗИГРУППОВЫЕ СИММЕТРИИ И ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ

Предполагается, что эволюция Вселенной определяется частицами, большая часть которых находится в связанном состоянии и которые проявляют себя лишь посредством слабых взаимодействий. Вследствие неразличимости большей части бозонных состояний, использован редуцированный набор бозонных полей вместо полного набора. При этом необходимо учитывать, что в лагранжиане появятся постоянные, играющие роль весовых множителей, такие как $1/G_N$, где G_N — гравитационная постоянная. Это позволяет определить пространство-время как риманово многообразие, основной тензор которого вводится посредством редуцированной матрицы плотности полей, описывающих бозонные состояния.

В ноябре 2003 г. была опубликована статья Б.Б. Кадомцева [1] по материалам его лекций, прочитанных в 1997 году, которая показала, что дискуссия 30 годов XX столетия между Бором и Эйнштейном, касающаяся основополагающих принципов квантовой механики не потеряла своего значения и в настоящее время. Как известно, Эйнштейн предполагал, что вероятностные законы квантовой механики являются следствием неполноты описания физических систем. При этом неполнота может быть устранена посредством введения дополнительных скрытых параметров. Тем самым предполагалось наличие классических закономерностей на более глубоком субквантовом уровне материи. Напротив, Бор предполагал принципиальную невозможность достичь этого, так как многие характеристики микромира проявляются исключительно благодаря наличию макроскопических приборов и которые не могут быть приписаны элементарным частицам в отсутствие измерения.

Заметим, что в XX веке были сделаны громадные попытки разрушить иллюзию детерминизма, которая утвердилась в науке в конце XIX века. Конечно, главную лепту в это внесла квантовая механика, создание которой было инициировано результатами экспериментов в атомной и ядерной физике. Но и в основе основ, на которой базировался детерминизм — классической механике — были отмечены “недостатки”, приводящие к утрате иллюзий [2]. Несмотря на то, что с иллюзиями было покончено, от идеи детерминизма трудно отказаться, так как планирование физических экспериментов основано на расчетах, опирающихся на методы, наработанные в науке при его господстве. К этим методам, в первую очередь, необходимо отнести исчисление бесконечно малых. Успехи в этой области трудно переоценить. Можно указать на одну лишь область в математике — теорию групп Ли, которая оказала огромное влияние на всю теоретическую физику. Конечно же полезные результаты могли быть здесь получены благодаря “хорошим” свойствам пространства-времени. В первую очередь, — это свойство хаусдорфовости (отделимости), которое постулируется, несмотря на квантовый характер законов, действующих в микромире. Во-вторых, в теории групп Ли важную роль играет наличие гладких конгруэнций, получаемых как решения дифференциальных уравнений. В то же время нельзя не отметить, что в квантовой механике отрицается само существование траекторий элементарных частиц. Именно поэтому вместо производных Ли становится необходимым использовать более общие операторы, которые индуцировали бы и более общие алгебраические структуры по сравнению с группами Ли, в частности локальные лупы Ли [3, 4], и которые позволили бы учесть отсутствие детерминизма в реальных физических процессах. Заметим, что неадекватность описания физических систем при помощи гладких полей в дифференцируемых многообразиях ведет к необходимости дать вероятностную интерпретацию геометрическим объектам. Вследствие этого мы будем рассматривать решения дифференциальных уравнений лишь как наиболее правдоподобные функции, применяемые для описания этих систем. Конечно, при этом мы учитываем законы, действующие в микромире, и считаем их более фундаментальными, чем те, которые применяются для описания движения макроскопических тел.

Мы будем опираться на подход, предложенный Шредингером [5], который ввел набор неортогональных друг другу волновых функций Ψ, описывающих нерасплывающийся волновой пакет для квантового осциллятора. Позднее Глаубер [6] показал возможность описания когерентных явлений в оптике при помощи введенных Шредингером состояний, которые назвал когерентными. Данный подход далее был развит в работах Переломова [7], который ввел определение обобщенных когерентных состояний, как состояний, возникающих при действии оператора представления некоторой группы преобразований на какой-либо фиксированный вектор в пространстве этого представления. Именно это и позволяет дать физическую интерпретацию, по нашему мнению, калибровочным преобразованиям, как преобразованиям, позволяющим получать обобщенные когерентные состояния, характеризующиеся непрерывными параметрами [8].

Итак, рассмотрим волновые пакеты $\{\Upsilon(\omega)\}$ “эмпирических” функций $\Upsilon(\omega)$, являющихся амплитудами вероятности физической системы, находящейся в состоянии, которое характеризуется параметрами ω. Переходы между состояниями будем задавать при помощи инфинитезимальных подстановок локальной лупы Ли $\Upsilon \to \Upsilon + \delta\Upsilon = \Upsilon + \delta T(\Upsilon)$, где δT является инфинитезимальным оператором перехода. Введение макроскопического наблюдателя заставляет нас искать представление операторов перехода дифференциальными операторами. В результате становится желательным использование дифференцируемого многообразия M_r, в рассматриваемой области которого Ω_r будем искать гладкие “теоретические” поля $\Upsilon(\omega)$ ($\omega \in \Omega_r \subset M_r$) как решения дифференциальных уравнений, что в общем случае является нереальной задачей (как известно, даже в классической динамике наиболее интересные проблемы не сводятся к интегрируемым системам [9]). Именно поэтому, будет представлять интерес более простая задача поиска сужений $\Upsilon(x)$ “теоретических” полей на многообразии M_n ($x \in M_n \subset M_r$, $n \leq r$).

Для этого через некоторую точку $\omega \in M_r$ проведем гладкие кривые, с помощью которых определим соответствующее множество векторных полей $\{\delta\xi(\omega)\}$, а с их помощью определим отклонение полей $\Upsilon(\omega)$ в точке $\omega \in M_r$ в виде $\delta_0\Upsilon = \delta X(\Upsilon) = \delta T(\Upsilon) - \delta\xi(\Upsilon)$. Если $\delta_0\Upsilon = 0$, то мы получаем аналог кинетического уравнения Больцмана, где член $\delta T(\Upsilon)$ играет роль интеграла столкновения. Так как мы не надеемся в общем случае получить интегрируемую систему, то будем требовать, чтобы эти отклонения $\delta_0\Upsilon$ хотя бы в “среднем” были минимальны [10]. Для этого мы определим квадрат полунормы $|X(\Upsilon)|$ в векторном пространстве с полускалярным произведением как следующий интеграл:

$$A = \int\limits_{\Omega_n} \Lambda d_n V = \int\limits_{\Omega_n} \kappa \overline{X(\Upsilon)} \rho X(\Upsilon)\, d_n V. \tag{1}$$

Здесь A — действие; $\Lambda(\Upsilon)$ — лагранжиан; κ — постоянная, ρ — матрица плотности; черта сверху означает дираковское сопряжение, являющееся суперпозицией эрмитового сопряжения и пространственной инверсии.

Конечно, для этой же цели можно использовать аналог метода наибольшего правдоподобия, применяемый в математической статистике. Как известно, согласно гипотезе Фейнмана амплитуда вероятности перехода системы из состояния $\Upsilon(x)$ в состояние $\Upsilon'(x')$ равна следующему интегралу:

$$K(\Upsilon, \Upsilon') = \int\limits_{\Omega(\Upsilon,\Upsilon')} \exp(iA)\, D\Upsilon =$$

$$= \lim_{N\to\infty} I_N \int d\Upsilon_1 \ldots \int d\Upsilon_k \ldots \int d\Upsilon_{N-1} \exp\left(i \sum_{k=1}^{N-1} \Lambda\left(\Upsilon\left(x_k\right)\right) \Delta V_k \right).$$

Здесь используется следующая система единиц: $h/(2\pi) = c = 1$, где h — постоянная Планка, c — скорость света; $i^2 = -1$; постоянная I_N выбирается так, чтобы предел существовал. Вследствие этого функции $\Upsilon(x)$, получаемые из требования минимальности действия A и используемые для описания квантовых систем, также являются лишь наиболее правдоподобными. В этом подходе лагранжиан играет более фундаментальную роль при описании физических систем, чем дифференциальные уравнения, которые из него получаются.

Локальные лупы Ли. Далее мы будем рассматривать пространство M_r как многообразие, параметры ω^a $(a,b,c,d,e = 1, 2, \ldots, r)$ как координаты произвольной точки $\omega \in M_r$, а поля $\Upsilon(\omega)$ мы будем задавать в некоторой области Ω_r данного многообразия ($\omega \in \Omega_r \subset M_r$).

Пусть область Ω_r содержит подобласть Ω_n с точкой ω, при этом область Ω_n принадлежит определенному дифференцируемому многообразию M_n, хотя, возможно, удобно определять многообразие M_n отдельно от многообразия M_r. Более того, пусть множество гладких кривых, принадлежащих многообразию M_n, имеет общую точку ω. Определим также набор векторных полей $\xi(x)$, являющихся касательными к этим кривым, и будем считать, что точка $x \in \Omega_n$, а на области Ω_n определена собственная координатная система.

Пусть также $\delta\Omega_r$ является достаточно малой окрестностью точки ω, в связи с этим задается и достаточно малая окрестность $\delta\Omega_n$ точки x ($x \equiv \omega \in \delta\Omega_n \subset \delta\Omega_r$). Координаты точки x запишем как x^i $(i, j, k, l, p, q = 1, 2, \ldots, n)$. Используя векторные поля $\delta\xi(x)$, координаты соседней точки $x' = x + \delta x \in \delta\Omega_n$ перепишем в виде

$$x'^i = x^i + \delta x^i \cong x^i + \delta\omega^a(x)\xi^i_a(x).$$

Сравнивая значения полей $\Upsilon'(x')$ и $\Upsilon(x')$, где

$$\Upsilon'(x') = \Upsilon + \delta\Upsilon = \Upsilon + \delta T(\Upsilon) \cong \Upsilon + \delta\omega^a T_a(\Upsilon), \tag{2}$$

$$\Upsilon(x') = \Upsilon(x + \delta x) \cong \Upsilon + \delta\omega^a \xi^i_a \partial_i \Upsilon$$

(∂_i — частные производные), видим, что они отличаются переменными

$$\delta_0\Upsilon(x) = \delta\omega^a X_a(\Upsilon) = \delta\omega^a \left[T_a(\Upsilon) - \xi^i_a \partial_i \Upsilon\right], \tag{3}$$

которые можно интерпретировать как отклонения полей $\Upsilon(x)$, полученных с помощью подстановок (2).

Далее будет рассматриваться область $\delta\Omega_r \subset M_r$ как область локальной лупы Ли G_r (в частности, которая может иметь и структуру локальной группы Ли, если мы потребуем для нее свойство ассоциативности), индуцированной множеством $\{T\}$, при этом будем рассматривать выражение в виде (2) как инфинитезимальный закон подстановок локальной лупы Ли полей $\Upsilon(x)$. Отметим, что структура локальной лупы Ли будет характеризовать степень когерентности рассматриваемых квантовых систем. При этом максимальная степень достигается для простой группы Ли, а минимальная степень — для абелевой. В последнем случае мы будем иметь некогерентную смесь.

Примем во внимание зависимость систем отсчета от физических свойств инструментов (включая эталоны) и, более того, что часть переходов являются не наблюдаемыми. Пусть

$$L_a(\Upsilon) = T_a(\Upsilon) + \xi^i_a \Gamma_i \Upsilon.$$

Вследствие этого формула (3) перепишется так:

$$\delta_0 \Upsilon = \delta\omega^a X_a(\Upsilon) = \delta\omega^a \left(L_a(\Upsilon) - \xi^i_a \nabla_i \Upsilon \right),$$

где ∇_i — ковариантные производные в отношении связности $\Gamma_i(x)$. Заметим, если $L_a(\Upsilon) = L_a \Upsilon$, то должны иметь место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} &\xi^i_a \nabla_i \xi^k_b - \xi^i_b \nabla_i \xi^k_a - 2S^k_{ij} \xi^i_a \xi^j_b = -C^c_{ab} \xi^k_c, \\ &L_a L_b - L_b L_a - \xi^i_a \nabla_i L_b + \xi^i_b \nabla_i L_a + R_{ij} \xi^i_a \xi^j_b = C^c_{ab} L_c, \end{aligned} \tag{4}$$

где $S^k_{ij}(x)$ — компоненты кручения многообразия M_n, а $R_{ij}(x)$ — компоненты кривизны связности $\Gamma_i(x)$, определяемые как

$$S^k_{ij} = \left(\Gamma^k_{ij} - \Gamma^k_{ji} \right)/2 \quad , \quad R_{ij} = \partial_i \Gamma_j - \partial_j \Gamma_i + \Gamma_i \Gamma_j - \Gamma_j \Gamma_i. \tag{5}$$

Здесь и далее $\Gamma^k_{ij}(x)$ — компоненты внутренней связности многообразия M_n. При этом компоненты $C^c_{ab}(x)$ структурного тензора локальной лупы Ли G_r должны удовлетворять тождествам

$$C^c_{ab} + C^c_{ba} = 0, \quad C^d_{[ab} C^e_{c]d} - \xi^i_{[a} \nabla_{|i|} C^e_{bc]} + R^e_{ij[a} \xi^i_b \xi^j_{c]} = 0,$$

где $R^e_{ija}(x)$ — компоненты кривизны связности $\Gamma^b_{i_a}(x)$, определяются аналогично соотношениям (5) в виде $R^a_{ijb} = \partial_i \Gamma^a_{j_b} - \partial_j \Gamma^a_{i_b} + \Gamma^a_{i_c} \Gamma^c_{j_b} - \Gamma^a_{j_c} \Gamma^c_{i_b}$.

Мы рассматриваем дифференцируемое многообразие M_n, не интерпретируя его физически. Конечно, предполагается рассматривать многообразие M_n как пространство-время M_4. В то же время нельзя не учитывать возможность фазовых переходов системы, в результате которых можно ожидать появления когерентных состояний. Вследствие этого удобно не фиксировать размерность многообразия M_n. Кроме того, необходимо заметить, что в квантовой теории поля имеется достаточно развитый аппарат — размерная регуляризация, использующая пространства с изменяющейся размерностью.

Калибровочные поля. Рассмотрим гипотезу Больцмана рождения Вселенной вследствие гигантской флуктуации, но не в пустом пространстве, а в среде, состоящей из слабо взаимодействующих частиц, характеризующихся нулевой температурой и образующих бозе-конденсат. Конечно, если частицы являются фермионами, они должны находиться в связанном состоянии. Для описания такого состояния материи Вселенной, которое будем считать чистым, необходимо ввести амплитуду вероятности B с компонентами B_a^b и матрицу плотности $\rho\,(B)$ (для чистого состояния $\mathrm{rank}\rho\,(B)\;=\;1$), которая определяется стандартным образом $BB^+\;=\;\rho\mathrm{tr}\,(BB^+)$ ($\mathrm{tr}\,\rho=\;1,\;\rho^+\;=\;\rho$, верхний индекс “+” есть символ эрмитового сопряжения).

Пусть в результате каких-либо причин произойдет распад бозе-конденсата с образованием “свободных” фермионов (для их описания введем амплитуду вероятности Ψ) и с увеличением давления в некоторой локальной области Вселенной (при этом некоторое время температура фоновых частиц должна оставаться равной (или близкой) нулю — так называемый период инфляции). В результате ранг матрицы плотности ρ начнет расти, что характеризует появление смешанных состояний. Обратный процесс релаксации, характеризуемый образованием бозе-конденсата и уменьшением давления, должен идти с выделением энергии, которая пойдет на разогрев ферми-жидкости с образованием возбужденных состояний — известных заряженных фермионов (кварков и лептонов). С этого момента можно вводить метрику и использовать результаты, полученные для горячей модели Вселенной (с возможными инфляционными модификациями), интерпретируя эволюцию Вселенной как процесс, характеризуемый ростом энтропии $S=-\mathrm{tr}\,(\rho\ln\rho)$. В настоящее время материя наблюдаемой области Вселенной находится на той стадии эволюции, когда преобладающее число частиц вернулось в бозе-конденсатное состояние, проявляясь лишь при слабом взаимодействии с частицами видимой материи.

Возможно, ранг матрицы плотности ρ равен n, но нельзя исключать, что данное равенство выполняется лишь приближенно, когда некоторыми компонентами матрицы плотности можно пренебречь. В любом случае будем считать, что среди полей B_a^b выделились смеси Π_a^i с ненулевыми вакуумными средними h_a^i, которые определяют дифференцируемые векторные поля $\xi_a^i\,(x)$ для рассматриваемой области Ω_n в виде

$$\Pi_a^i = B_a^b\,\xi_b^i$$

(поля $\xi^i_a(x)$ определяют дифференциал проекции $d\pi$ из $\Omega_r \subset M_r$ в Ω_n). Это позволяет определить риманово пространство-время M°_n, основной тензор $g_{ij}(x)$ которого введем посредством редуцированной матрицы плотности $\rho'(x)$. В результате можно будет впоследствии “спрятать” часть полей при помощи нетривиальной геометрической структуры.

Итак, пусть компоненты ρ^j_i редуцированной матрицы плотности $\rho'(x)$ определяются следующим образом:

$$\rho^j_i = \xi^{+a}{}_i\,\rho^b_a\,\xi^j_b \Big/ \left(\xi^{+c}{}_k\,\rho^d_c\,\xi^k_d\right) = \Pi^{+a}{}_i\,\Pi^j_a \Big/ \left(\Pi^{+b}{}_k\,\Pi^k_b\right),$$

и пусть поля

$$g^{ij} = \eta^i_k \rho^j_k\ \left(g^{lm}\,\eta_{lm}\right)$$

являются компонентами тензора обратному основному тензору пространства-времени M°_n. При этом, компоненты $g_{ij}(x)$ основного тензора будут определяться стандартным образом как решения следующих уравнений:

$$g^{ij}\,g_{ik} = \delta^j_k,$$

здесь и далее η_{ij} — компоненты метрического тензора касательного пространства к M°_n, а η^{ik} определяются как решения уравнений

$$\eta^{ij}\eta_{ik} = \delta^j_k,$$

где δ^i_j — символы Кронекера.

Запишем интеграл (1) следующим образом:

$$A_t = \int\limits_{\Omega_n} \Lambda_t d_n V = \int\limits_{\Omega_n} \left[\Lambda_\circ(B) + \Lambda_1(\Psi)\right] d_n V, \tag{6}$$

где

$$\Lambda_1 = \kappa\overline{X^b}(\Psi)\ \rho^a_b\,X_a(\Psi) = \kappa\overline{D^a}\Psi\,D_a\Psi\big/(B^{+c}_b\,B^b_c),$$

$$D_a\Psi = -B^c_a\,X_c(\Psi) = B^c_a\ \left(\xi^i_c\nabla_i\Psi - L_c\Psi\right).$$

Пусть поля $D_a\Psi$ изменяются аналогично полям $\Psi(x)$ в точке $x \in M_n$, т.е.

$$\delta_\circ D_a\Psi = \delta\omega^b\ \left(L_b D_a\Psi - L^c_{b_a} D_c\Psi - \xi^i_b\,\nabla_i D_a\Psi\right)$$

(поля $L^c_{b_a}(x)$ удовлетворяют соотношениям, аналогичным выражениям (4)). В результате изменения $\delta_\circ B^a_c$ получим

$$\delta_\circ B^d_a = \delta\omega^b\ \left(C^d_{cb}\,B^c_a - L^c_{b_a}\,B^d_c - \xi^i_b\,\nabla_i B^d_a\right) + \Pi^i_a\,\nabla_i\delta\omega^d, \tag{7}$$

что, вследствие появления последнего слагаемого в правой части формулы (7), позволяет называть поля $B(x)$ калибровочными.

Действие (6) должно быть инвариантно при инфинитезимальных подстановках локальной лупы Ли G_r, поэтому лагранжиан $\Lambda_\circ(B)$ должен зависеть от калибровочных (бозонных) полей [10, 11] $B(x)$ посредством напряженностей $F^c_{ab}(B)$, имеющих вид

$$F^c_{ab} = \Theta^c_d\left(\Pi^i_a \nabla_i B^d_b - \Pi^i_b \nabla_i B^d_a + \Xi^d_{ab}\right),$$

где

$$\Theta^c_b = \delta^c_b - \xi^i_b \Pi^a_i \left(B^c_a - \beta^c_a\right),$$
$$\Xi^e_{ab} = B^e_d\left(B^c_a L^d_{c_b} - B^c_b L^d_{c_a}\right) - B^c_a B^d_b C^e_{cd}$$

(выбор полей Π^a_i и β^a_c ограничен соотношениями $\Pi^a_j \Pi^i_a = \delta^i_j$, $\beta^a_c\, \xi^i_a = h^i_c$).

Далее удобно воспользоваться следующим лагранжианом:

$$\Lambda_\circ = \frac{\kappa'_\circ}{4} F^c_{ab} F^d_{ge}\Big[t^{ag}\Big(s^e_c s^b_d - \upsilon s^b_c s^e_d\Big) + \\ + t^{be}\Big(s^a_d s^g_c - \upsilon s^a_c s^g_d\Big) + u_{cd}\Big(t^{ag} t^{be} - \upsilon t^{ab} t^{ge}\Big)\Big];$$

здесь $\kappa'_\circ$, υ — постоянные [11].

Если $s^b_a = \delta^b_a$, $t^{ab} = \eta^{ab}$, $u_{ab} = \eta_{ab}$ (η_{ab} — компоненты метрического тензора плоского пространства, а η^{ab} — компоненты тензора обратного к основному), то данный лагранжиан наиболее применим для описания горячей стадии эволюции материи наблюдаемой области Вселенной, так как является наиболее симметричным относительно напряженностей калибровочных полей F^c_{ab}. Более того, мы будем требовать выполнения соотношений $L^a_{c_d}\eta^{db} + L^b_{c_d}\eta^{da} = 0$, чтобы операторы перехода $L^b_{a_c}$ генерировали симметрию, которая следует из сделанных предположений. В отсутствие полей $\Pi^i_a(x)$ и $\Psi(x)$ на ранней стадии эволюции материи наблюдаемой области Вселенной полный лагранжиан Λ_t становится даже более симметричным ($\Lambda_t \propto B^4$), так что образование фермионов (появление полей $\Psi(x)$ в полном лагранжиане Λ_t из первичных бозонов) является необходимым условием (хотя и не достаточным) перехода материи наблюдаемой области Вселенной к современной стадии ее развития со спонтанным нарушением симметрии. Только образование бозе-конденсата из фермионных пар (возможно из нейтрино) привело к заметному росту масс покоя тех векторных бозонов (W^+, W^-, Z°), которые взаимодействовали с данным классом фермионов. Параллельно мог идти рост масс покоя и других фундаментальных частиц.

Свяжем ненулевые вакуумные средние β^b_a калибровочных полей B^b_a со спонтанным нарушением симметрии, которое произошло в ранней Вселенной и которое необходимо рассматривать как фазовый переход с образованием бозе-конденсата из фермионных пар. Переход к современной стадии эволюции материи наблюдаемой области Вселенной, для которой предполагается наличие кластерных состояний слабо взаимодействующих частиц, будет выражаться в следующей формуле для тензоров s_a^b, t^{ab}, u_{ab} и h_i^a:

$$s_a^b = s\xi_a^i h_i^b + \xi_a^{\underline{c}} \varepsilon_{\underline{c}}^b, \quad t^{ab} = t\varepsilon_{(l)}^a \varepsilon_{(k)}^b \eta^{(l)(k)} + \varepsilon_{\underline{c}}^a \varepsilon_{\underline{d}}^b \eta^{\underline{cd}},$$
$$u_{ab} = u\xi_a^i \xi_b^j h_i^c h_j^d \eta_{cd} + \xi_a^{\underline{c}} \xi_b^{\underline{d}} \eta_{\underline{cd}}, \quad h_i^a = h_i^{(k)} \varepsilon_{(k)}^a. \tag{8}$$

((i), (j), (k), (l), $\ldots = 1, 2, \ldots, n$; $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}, \underline{e} = n+1, n+2, \ldots, n+\underline{r}$; $\underline{r}/r \ll 1$), где поля $h_i^{(j)}(x)$, принимая во внимание соотношения (8), однозначно определяются из уравнений

$$h_k^a \, h_a^i = \delta_k^i.$$

Подобным образом тензоры $\eta^{(i)(j)}$, $\eta^{\underline{ab}}$ определяются из уравнений

$$\eta^{(i)(k)} \, \eta_{(j)(k)} = \delta_{(j)}^{(i)}, \quad \eta^{\underline{ab}} \eta_{\underline{cb}} = \delta_{\underline{c}}^{\underline{a}},$$

в то время как тензоры $\eta_{(i)(j)}$, $\eta_{\underline{ab}}$ определяются следующим образом:

$$\eta_{(i)(k)} = \eta_{ab} \varepsilon_{(i)}^a \varepsilon_{(k)}^b, \quad \eta_{\underline{ab}} = \eta_{cd} \, \varepsilon_{\underline{a}}^c \, \varepsilon_{\underline{b}}^d.$$

Мы свяжем постоянные $\varepsilon_{(i)}^a$, $\varepsilon_{\underline{b}}^a$ с выбором калибровочных полей $\Pi_i^a(x)$, переписывая их в виде

$$\Pi_i^a = \varepsilon_{(k)}^a \Phi_i^{(k)} + \varepsilon_{\underline{b}}^a P_i^{\underline{b}},$$

и пусть $\varepsilon_{\underline{b}}^a = 0$. Кроме того, мы будем применять разложение полей $B_b^a(x)$ в виде

$$B_c^a = \zeta_i^a \Pi_c^i + \zeta_{\underline{b}}^a A_c^{\underline{b}},$$

где $A_c^{\underline{b}} = \xi_a^{\underline{b}} B_c^a$. Отметим, что мы разбиваем физическую систему, описываемую полями $B_b^a(x)$ на две подсистемы. Одна из них, описываемая полями $\Pi_a^i(x)$, будет играть роль медленной подсистемы. При этом компоненты промежуточных тензорных полей $\xi_a^i(x)$, $\xi_a^{\underline{b}}(x)$, $\zeta_i^a(x)$, $\zeta_{\underline{b}}^a(x)$ должны быть связаны соотношениями $\zeta_i^a \xi_a^j = \delta_i^j$, $\zeta_i^a \xi_a^{\underline{b}} = 0$, $\zeta_{\underline{b}}^a \xi_a^j = 0$, $\zeta_{\underline{b}}^a \xi_a^{\underline{c}} = \delta_{\underline{b}}^{\underline{c}}$. Именно это и будет первым шагом при построении сжатого описания [12] для современной стадии эволюции материи наблюдаемой области Вселенной.

Итак, учитывая неразличимость физических состояний слабо взаимодействующих частиц, мы будем использовать уменьшенный набор полей $\left\{\Pi_c^i(x), A_c^{\underline{b}}(x)\right\}$, вместо полного набора $\left\{B_c^a(x)\right\}$. Естественно, необходимо учитывать, что в лагранжиане появятся постоянные, исполняющие роль весовых множителей, такие как $1/G_N$, где G_N – гравитационная постоянная Ньютона.

4. Поляризационные поля и пропагатор векторного бозона. Пусть $n = 4$, $v = 2$, $tu = s^2$, $L_{c_{(k)}}^a = L_{c_b}^a \varepsilon_{(k)}^b = L_{c_{(k)}}^{(i)} \varepsilon_{(i)}^a$, $L_{i_{(j)}}^{(k)} = \zeta_i^a L_{a_{(j)}}^{(k)}$,

$L^{(k)}_{\underline{b}_{(j)}} = \zeta^a_{\underline{b}} L^{(k)}_{a_{(j)}}$, так что полный лагранжиан примет вид

$$\Lambda_t = \Lambda\left(\Psi, D\Psi\right) + \frac{1}{4}\eta^{(j)(m)}\left[\kappa_\circ \eta_{\underline{ab}}\eta^{(i)(k)} E^{\underline{a}}_{(i)(j)} E^{\underline{b}}_{(k)(m)} + \right.$$

$$\left. + \kappa_1 \left(\eta_{(k)(n)}\eta^{(i)(l)} F^{(k)}_{(i)(j)} F^{(n)}_{(l)(m)} + 2F^{(k)}_{(i)(j)} F^{(i)}_{(k)(m)} - 4F^{(i)}_{(i)(j)} F^{(k)}_{(k)(m)}\right)\right], \quad (9)$$

где $\kappa_\circ = \kappa'_\circ t^2$, $\kappa_1 = \kappa'_\circ t s^2$,

$$F^{(k)}_{(i)(j)} = F^c_{ab}\varepsilon^a_{(i)}\varepsilon^b_{(j)} h^l_c h^{(k)}_l = \Phi^{(k)}_l F^l_{mn}\Phi^m_{(i)}\Phi^n_{(j)} = A^{\underline{c}}_{(i)} L^{(k)}_{\underline{c}_{(j)}} - A^{\underline{c}}_{(j)} L^{(k)}_{\underline{c}_{(i)}} +$$

$$+ \Phi^{(k)}_m \left(\Phi^l_{(i)}\nabla_l \Phi^m_{(j)} - \Phi^l_{(j)}\nabla_l \Phi^m_{(i)}\right) + \Phi^l_{(i)} L^{(k)}_{l_{(j)}} - \Phi^l_{(j)} L^{(k)}_{l_{(i)}},$$

$$E^{\underline{a}}_{ij} = E^{\underline{a}}_{(k)(l)}\Phi^{(k)}_i \Phi^{(l)}_j = \xi^{\underline{a}}_d F^d_{bc}\varepsilon^b_{(k)}\varepsilon^c_{(l)}\Phi^{(k)}_i \Phi^{(l)}_j =$$

$$= \nabla_i A^{\underline{a}}_j - \nabla_j A^{\underline{a}}_i + C^{\underline{a}}_{\underline{bc}} A^{\underline{b}}_i A^{\underline{c}}_j + C^{\underline{a}}_{i\underline{b}} A^{\underline{b}}_j - C^{\underline{a}}_{j\underline{b}} A^{\underline{b}}_i + C^{\underline{a}}_{ij},$$

$$\Phi^k_{(i)} = \Pi^k_a \varepsilon^a_{(i)}, \quad A^{\underline{b}}_i = A^{\underline{b}}_c \Pi^c_i = A^{\underline{b}}_{(j)}\Phi^{(j)}_i,$$

$$C^{\underline{c}}_{\underline{ab}} = \xi^{\underline{c}}_g C^g_{ed}\zeta^e_{\underline{a}}\zeta^d_{\underline{b}} \quad , \quad C^{\underline{c}}_{i\underline{a}} = \xi^{\underline{c}}_e \left(C^e_{bd}\zeta^b_i \zeta^d_{\underline{a}} + \nabla_i \zeta^e_{\underline{a}}\right),$$

$$C^{\underline{a}}_{ij} = \xi^{\underline{a}}_c \left(C^c_{bd}\zeta^b_i \zeta^d_j + \nabla_i \zeta^c_j - \nabla_j \zeta^c_i\right).$$

В результате уравнения полей $\Phi^i_{(j)}(x)$ можно получить стандартным образом [13] в виде гравитационных уравнений Эйнштейна ($\kappa_\circ = 1/(4\pi)$, $\kappa_1 = 1/(16\pi G_N)$). Естественно, что уравнения Эйнштейна отражают современное физическое состояние материи Вселенной. Все это подтверждает возможность интерпретировать поля $\Phi^i_{(j)}(x)$ или $\Phi^{(j)}_i(x)$ как гравитационные потенциалы. Но, учитывая зависимость их от свойств среды (вакуума), а также исторически сложившееся мнение считать компоненты $g_{ij}(x)$ метрического тензора пространства-времени потенциалами гравитационного поля, имеет смысл называть $\Phi^i_{(j)}(x)$ и $\Phi^{(j)}_i(x)$ поляризационными полями. Именно данные поля, описывающие медленную подсистему, можно скрыть, вводя риманову структуру пространства-времени, тем самым получая возможность применять методы дифференциальной геометрии при сжатом описании физических систем.

Рассмотрим приближение, в котором пространство-время можно считать пространством Минковского; поля $\Phi^{(k)}_i$, $\Phi^i_{(k)}$ являются постоянными и пусть $\underline{r} = 1$, что предполагает $C^{\underline{c}}_{\underline{ab}} = 0$. Для получения уравнений поля $A^{\underline{b}}_i(x)$ в фейнмановской теории возмущений калибровка должна быть фиксирована, для чего добавим к лагранжиану (9) следующее слагаемое:

$$\Lambda_q = \frac{\kappa_\circ}{2} q_{\underline{bb}} g^{ij} g^{kl}\left(\partial_i A^{\underline{b}}_j - q_\circ C_i A^{\underline{b}}_j\right)\left(\partial_k A^{\underline{b}}_l - q_\circ C_k A^{\underline{b}}_l\right),$$

где $q_\circ = \eta_{\underline{bb}}/q_{\underline{bb}}$, $C_i = C^{\underline{b}}_{i_{\underline{b}}}$. Кроме того, пусть

$$T^{(i)}_{a_{(k)}}\eta^{(j)(k)} + T^{(j)}_{a_{(k)}}\eta^{(i)(k)} = \varepsilon^{\underline{b}}_{a} t_{\underline{b}} \eta^{(i)(j)}.$$

В результате уравнения векторного поля $A^{\underline{b}}_i(x)$ запишутся в виде

$$g^{jk}\left[\partial_j\partial_k A^{\underline{a}}_i - (1 - 1/q_\circ)\,\partial_i\partial_j A^{\underline{a}}_k + (1 - q_\circ)\,C_i C_j\, A^{\underline{a}}_k\right] + m^2 A^{\underline{a}}_i = I^{\underline{a}}_i/\kappa_\circ,$$

где $I^{\underline{a}}_i = \dfrac{g_{ij}}{\eta_{\underline{aa}}}\dfrac{\partial\Lambda(\Psi)}{\partial A^{\underline{a}}_j}$, $m^2 = (n-1)\ (n-2)\,\kappa_1 t^2_{\underline{a}}/(2\kappa_\circ\eta_{\underline{aa}}) - g^{jk}C_jC_k$.

Отметим, что вследствие поляризации вакуума ($C_i \neq 0$) пропагатор векторного бозона имеет довольно громоздкий вид [14], который упрощается и принимает знакомую форму $\big(-g_{ij}/\left(p^kp_k - m^2\right)$. p^k — 4-импульс, а m — масса векторного бозона$\big)$ лишь в фейнмановской калибровке ($q_\circ = 1$).

Итак, переход к горячему состоянию материи Вселенной был связан с разрушением бозе-конденсата и увеличением, соответственно, давления ферми-газа. В результате массы покоя W^+, W^-, Z° бозонов уменьшились так, что слабое взаимодействие перестало быть слабым и все (или почти все) частицы из основного (вакуумного) состояния стали участвовать в установлении термодинамического равновесия. Данное явление и стало причиной кажущегося увеличения плотности частиц. Предполагая, что средняя плотность $n_\circ$ частиц во Вселенной при этом не менялась, а сценарий горячей модели ее эволюции в общем верен, мы приходим к следующей ее оценке: $n_\circ \sim m_\pi^3 \sim 10^{-3}\,$ГэВ^3 ($m_\pi$ — масса π-мезона). Этот результат позволяет дать объяснение известному соотношению $H_\circ/G_N \approx m_\pi^3$ [15], если считать, что постоянная Хаббла $H_\circ$ дает оценку $1/H_\circ$ длины $l \sim 1(n_\circ\sigma_\nu)$ свободного пробега частицы в "вакууме" на современной стадии эволюции Вселенной (σ_ν — сечение рассеяния нейтрино на заряженной частице), и учесть оценку, данную ранее [16] гравитационной постоянной $G_N \sim \sigma_\nu \propto G_F^2 T_\nu^2$, где G_F — постоянная Ферми, T_ν — температура фоновых нейтрино Вселенной.

На большую плотность частиц во Вселенной, взаимодействующих лишь слабым образом, указывает и значительная величина масс покоя m_W и m_Z соответственно $W^\pm$ и Z^o бозонов, генерирующих слабое взаимодействие. Здесь мы имеем аналог сверхпроводника первого рода с большой длиной когерентности (ее роль может играть величина $1/H_\circ$) и малой лондоновской глубиной проникновения слабого поля (ее роль может играть величина $1/m_Z$). Применяя аналог известной формулы для лондоновской глубины проникновения магнитного поля $\left(\lambda_L^2 = m_q c^2/\left(4\pi n_q q^2\right)\right.$, где λ_L — лондоновская глубина проникновения; m_q — масса куперовской пары; n_q — плотность куперовских пар; q — заряд куперовской пары), можно сделать грубую оценку массы покоя частиц основного состояния, экранирующих слабое поле: $m \sim 10^{-8}$ ГэВ, что по порядку близко к предполагаемой массе покоя электронного нейтрино.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадомцев Б. Б. // УФН. – 2003. – Т. 173, № 11. – С. 1221.
2. Блохинцев Д. И. Принципиальные вопросы квантовой механики. –М.: Наука, 1987.
3. Kikkawa M. J. Sci. Hiroshima Univ. A-I. Math. – 1964. – V. 28. – P. 199.
4. Белоусов В. Д. Основы теории квазигрупп и луп. – М.: Наука, 1967.
5. Schrodinger E. // Naturwissenschaften. – 1926. V. 14. – P. 664.
6. Glauber R. J. // Phys.Rev. – 1963. – V. 130. – P. 2529; V. 131. – P. 2766.
7. Perelomov A. M. // Commun. Math. Phys. – 1972. – V. 26. – P. 222.
8. Смородинский Я. А., Шелепин А. Л., Шелепин Л. А. // УФН. – 1992. – Т. 162, № 12. – С. 1.
9. Prigogin I. From being to becoming: time and complexity in the physical sciences. W.H. Freeman and K°. – San Francisco, 1980.
10. Koryukin V. M. // Gravitation and Cosmology. – 1999. – V. 5, № 4(20). – P. 321.
11. Koryukin V. Proceedings of the XXV international workshop on the fundamental problems of high energy physics and field theory. Protvino, June 25–28, 2002. Editor V.A. Petrov / Protvino: IHEP, 2002. – P. 56.
12. Keizer V. Statistical Thermodynamics of Nonequilibrium Processes. – New York: Springer-Verlag New York Inc., 1987.
13. Treder H. -J. Gravitationstheorie und Aquivalenzprinzip. – Berlin: Akademie-Verlag, 1971.
14. Корюкин В. М. // ЯФ. – 1991. – Т. 54, № 1(7). – С. 289.
15. Weinberg S. Gravitation and Cosmology. – New York: John Wiley, 1972.
16. Корюкин В. М. // Известия вузов. Физика. – 1996. – № 10. – С. 119.

Статья поступила в редакцию 19.05.2005

Валерий Михайлович Корюкин родился в 1949 г., окончил Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина в 1971 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная математика и информационные технологии” Марийского государственного технического университета. Автор более 100 научных работ в области теории поля и физики элементарных частиц.

V.M. Koryukin (b. 1949) graduated from the Kazan State University n. a. V.I. Lenin in 1971. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Applied Mathematics and Information Technologies” department of the Mari State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of theory of field and physics of elementary particles.