УДК 539.374

К. И. Романов

УНИМОДАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ В ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Показано, что в случае вращающейся балки можно получить решение в виде асимптотической функции без использования зависимости кривизны оси от прогиба. Эта задача позволяет распространить метод сил на системы с распределенной нагрузкой.

E-mail: romanovki@mail.ru

Ключевые слова: балка, вращение, мощность, нагрузка, диссипация.

В работах [1, 2] дано решение задач выпучивания реономных стержней под действием сосредоточенной силы. В случае осевой нагрузки $M = Py$, где M — изгибающий момент в произвольном поперечном сечении, y — прогиб. Когда вращающаяся вокруг продольной оси x балка нагружается распределенной нагрузкой $q = \rho F \omega^2 y$ (ρ — плотность материала, F — площадь поперечного сечения, ω — угловая скорость), получить конечное выражение для $M(y)$ невозможно.

Связь q и M осуществляется на основе дифференциального уравнения

$$q = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}. \qquad (1)$$

Второе уравнение может быть получено из условия равенства мощности внутренней диссипации $w_1 = q\partial y/\partial t$ (t — время) и мощности внешней энергии, подводимой к системе за счет вращения, $w_2 = \dot{\aleph} M$, где

$$\dot{\aleph} = \frac{k}{J_n^n} M^n;$$

k и n — постоянные; J_n — обобщенный момент инерции относительно главной центральной оси.

Таким образом, постановка задачи сводится к решению системы уравнений ($z = x + ct$, $c =$ const)

$$\begin{cases} \rho F \omega^2 c y \dfrac{dy}{dz} = \dfrac{k}{J_n^n} M^{n+1}; \\ \rho F \omega^2 y = \dfrac{d^2 M}{dz^2}. \end{cases} \qquad (2)$$

Из первого уравнения системы (2)

$$M = \left(\frac{J_n^n \rho F \omega^2 c}{k} y \frac{dy}{dz} \right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Поэтому исследование возможности катастрофы выполняется с помощью одного уравнения:

$$\rho F\omega^2 y = \frac{d^2}{dz^2}\left[\left(\frac{J_n^n \rho F\omega^2 cy}{k}\right)^{\frac{1}{n+1}}\left(\frac{dy}{dz}\right)^{\frac{1}{n+1}}\right].$$

Может ли предполагаемое решение быть асимптотическим, или нет, выясняется при анализе операторного уравнения

$$\left(\frac{\rho F\omega^2}{J_n}\right)^{\frac{n}{n+1}}\left(\frac{2k}{c}\right)^{\frac{1}{n+1}} y = \frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{dy}{dz}\right)^{\frac{1}{n+1}}. \qquad (3)$$

Предположим, что $y = A(1-az)^{-m}$, $m > 0$, $a =$ const. Тогда уравнение (3) дает одинаковые показатели в левой и правой частях при $m = (2n+3)\,/\,(n-1)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Х о ф ф Н. Продольный изгиб и устойчивость. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 155 с.
2. Р о м а н о в К. И. Энергетический метод в теории выпучивания реономных стержней // Изв. РАН. МТТ. – 2004. – № 3. – С. 125–134.

Статья поступила в редакцию 22.01.2010

Константин Игоревич Романов родился в 1952 г., окончил в 1975 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 120 научных работ в области механики деформируемого твердого тела.

K.I.Romanov (b. 1952) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. D. Sc. (Eng.), professor of “Applied Mechanics” Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 120 publications in the field of mechanics of deformable body.