

## ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ТЕЧЕНИЙ В ОСЕВЫХ ТРАНСЗВУКОВЫХ КОМПРЕССОРАХ

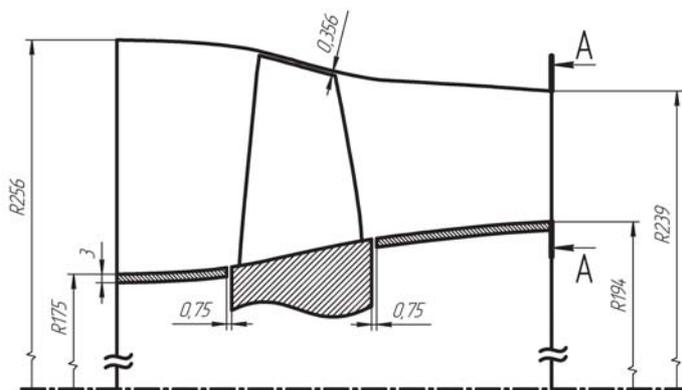
Приведены результаты моделирования течения в трансзвуковом осевом компрессоре НАСА Rotor 37 с помощью  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности и сравнение расчетных распределений степени повышения полного давления и полной температуры с экспериментальными данными. Для повышения точности моделирования предлагается демпфирование турбулентной вязкости в зависимости от отношения генерации турбулентной энергии к скорости ее диссипации.

**E-mail:** muon@inbox.ru; ashbarov@utmn.ru; tu1487@mail.ru

**Ключевые слова:** трансзвуковые компрессоры, численное моделирование, неравновесная турбулентность, демпфирование турбулентной вязкости.

Результаты численного моделирования течений в проточной части высоконагруженных осевых компрессоров значительно отличаются от экспериментальных данных (в пределах 4% по интегральным характеристикам). Во многом указанное отклонение обусловлено расчетом турбулентных характеристик, поэтому совершенствование моделей течения — актуальная задача.

Трансзвуковой осевой компрессор НАСА Rotor 37 (рис. 1) характеризуется степенью повышения полного давления  $\pi_k^* = 2,056$  и адиабатическим КПД  $\eta_{ad} = 87,6\%$  (при массовом расходе воздуха 20,74 кг/с). Лопатки компрессора изготовлены из мартенситно-стареющей стали maraging 200, обладающей высоким сопротивлением малым пластическим деформациям, коррозионной стойкостью и размерной стабильностью. Выбор данного компрессора в качестве объекта исследования обусловлен доступностью экспериментальных данных [1]–[3] и



**Рис. 1.** Проточная часть компрессора Rotor 37

теоретическими работами [4, 5], позволяющими провести проверку методики расчета и оценить адекватность моделирования.

**Математическая постановка задачи.** Во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\vec{\omega}$  системе координат уравнения сохранения массы, момента импульса и энергии имеют вид [4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W}) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{W}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W} \cdot \vec{W}) + \rho(2\vec{\omega} \times \vec{W} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}) = -\nabla p + \nabla \bar{\tau}_r; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho E_r}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W} H_r) = \nabla \cdot ((\lambda + c_p \mu_t / \text{Pr}_t) \nabla T + \bar{\tau}_r \cdot \vec{W}). \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3)  $\rho$  – плотность;  $\vec{V} = \vec{W} + \vec{\omega} \times \vec{r}$  – вектор абсолютной скорости;  $\vec{W}$  – вектор скорости в относительной системе координат;  $\vec{r}$  – радиус-вектор;  $p$  – статическое давление;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $T$  – температура;  $\bar{\tau}_r = (\mu + \mu_t) \cdot (\nabla \vec{W} + (\nabla \vec{W})^T)$  – тензор вязких и турбулентных напряжений;  $\mu$  – ламинарная вязкость;  $\mu_t$  – турбулентная вязкость;  $c_p$  – удельная изобарная теплоемкость;  $\text{Pr}$  – турбулентное число Прандтля. Значения коэффициентов теплопроводности  $\lambda$  и ламинарной вязкости  $\mu$  считаются постоянными во всей расчетной области. В уравнении сохранения энергии (3) обозначено:

$$H_r = E_r + \frac{p}{\rho};$$

$$E_r = c_p T - \frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - \omega^2 r^2}{2}.$$

Для замыкания системы (1)–(3) использовалось уравнение состояния для совершенного газа

$$\frac{p}{\rho} = (c_p - c_v) T, \quad (4)$$

где  $c_v$  – удельная изохорная теплоемкость. Расчет турбулентной вязкости  $\mu_t$  проводили с помощью  $k$ - $\varepsilon$ -модели турбулентности [6]:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W} k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon); \quad (7)$$

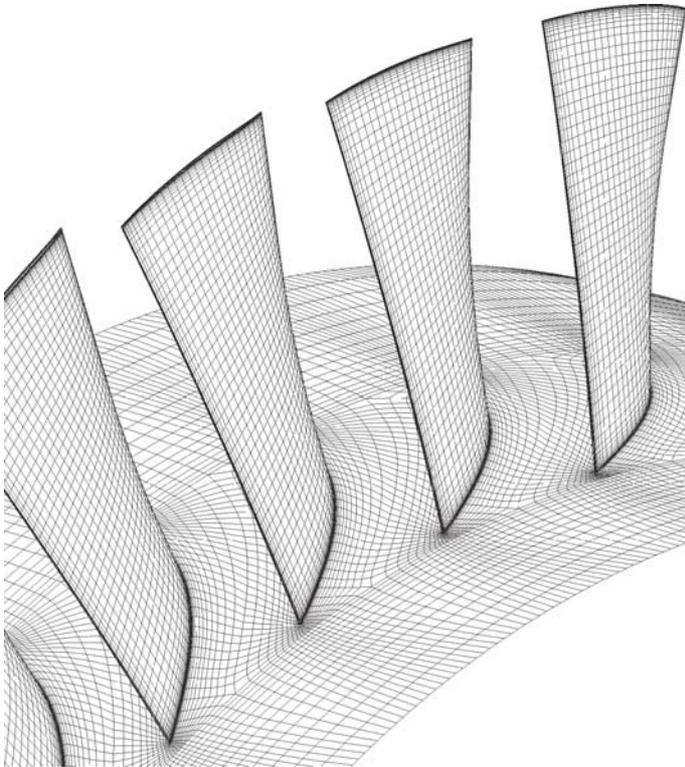
$$P_k = \mu_t S^2; \quad S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial W_i}{\partial x_j} + \frac{\partial W_j}{\partial x_i} \right);$$

$$C_\mu = 0,09; \quad C_{\varepsilon 1} = 1,46; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,83; \quad \sigma_k = 1; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3,$$

где  $k$  — кинетическая энергия турбулентных пульсаций;  $\varepsilon$  — скорость диссипации энергии турбулентности;  $P_k$  — генерация турбулентной энергии сдвигом скорости;  $S_{ij}$  — компоненты осредненного тензора скоростей деформации.

При определении граничных условий на входе принимались полное давление ( $1,013 \cdot 10^5$  Па), полная температура (288,15 К), степень турбулентности ( $Tu = \sqrt{2k/3}/(\vec{W} + \vec{\omega} \times \vec{r})^2 = 0,05$ ) при входе и массовый расход (20,51 кг/с) при выходе из рабочего колеса. Условие прилипания  $W = 0$  использовалось на поверхностях рабочих лопаток и диске компрессора, на втулке и корпусе  $V = 0$ . На всех непроницаемых границах ставилось условие отсутствия теплового потока через стенку. Для сокращения числа расчетных узлов вблизи твердых стенок применялись масштабируемые пристеночные функции [6, 7].

Решение системы (1)–(7) проводилось методом установления по времени ( $\Delta t \sim 2 \cdot 10^{-5}$  с) с консервативной аппроксимацией потоков по схемам второго порядка точности (реализация Ansys CFX 11). За



**Рис. 2. Фрагмент расчетной сетки в межлопаточном канале (250 тыс. расчетных узлов)**

критерий сходимости принята среднеквадратичная невязка  $5 \cdot 10^{-6}$ . Интегрирование проводилось на структурированной многоблочной сетке (рис. 2) с максимальным общим числом расчетных узлов  $1,5 \cdot 10^6$ .

**Результаты численного моделирования.** Расчетные распределения  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{ВЫХ}}^*/T_{\text{ВХ}}^*$  при выходе из рабочего колеса (сечение А–А, см. рис. 1) приведены на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Моделирование проводилось на сетках с различным разрешением межлопаточного канала (0,25, 0,5 и 1,2 млн расчетных узлов). Для сравнения приведены результаты, полученные с помощью SST (Shear Stress Transport) модели Ментера [8].

Результаты вычислений по модели  $k-\varepsilon$  характеризуются завышенными значениями  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{ВЫХ}}^*/T_{\text{ВХ}}^*$ ; расчеты с использованием уравнений SST лучше согласованы с экспериментальными данными по  $T_{\text{ВЫХ}}^*/T_{\text{ВХ}}^*$  и имеют тенденцию к заниженным оценкам  $\pi_k^*$ .

**Демпфирование турбулентной вязкости в  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности.** Для повышения точности расчета сдвиговых течений Роди [9] предложил считать коэффициент турбулентной вязкости  $C_\mu$  функцией отношения генерации турбулентной энергии  $G = P_k/\rho$  (за счет деформации профиля средней скорости) к скорости диссипации  $\varepsilon$  этой энергии в теплоту:

$$C_\mu = C_\mu^0 \cdot g((G/\varepsilon)^*),$$

где  $C_\mu^0 = 0,09$ ;  $(G/\varepsilon)^*$  — характерное интегральное значение неравномерности генерации и скорости диссипации энергии турбулентности в расчетной области.

В разработанной Лаундером и другими [10] модели  $k\varepsilon 2$  использование зависимости  $g((G/\varepsilon)^*)$ , представленной на рис. 4, улучшает результаты расчета осесимметричных течений.

Численное решение стандартной системы (1)–(7) показало, что течение газа в трансзвуковых осевых компрессорах характеризуется высокой степенью неравновесности:  $G/\varepsilon \sim 2 \dots 3$  в отрывных областях и до  $10^3$  вблизи скачка уплотнения (рис. 5). Таким образом, необходимость демпфирования турбулентной вязкости (рис. 6) согласуется с результатами, приведенными на рис. 3 и 4.

Калибровка коэффициента турбулентной вязкости на течение в компрессоре Rotor 37 позволила получить  $C_\mu = 0,065$  при  $(G/\varepsilon)^* = 1,35$ , что находится в полном соответствии с результатами Лаундера и Роди [10] (см. рис. 4). При расчете газодинамических характеристик компрессора применялось демпфирование, основанное на слабом локально-неравновесном приближении [11] (рис. 7, а, б):

$$C_\mu = \min \left\{ C_\mu^0, A \cdot \exp \left[ - \left( \frac{G/\varepsilon}{(G/\varepsilon)^*} \right)^n \right] \right\}, \quad (8)$$

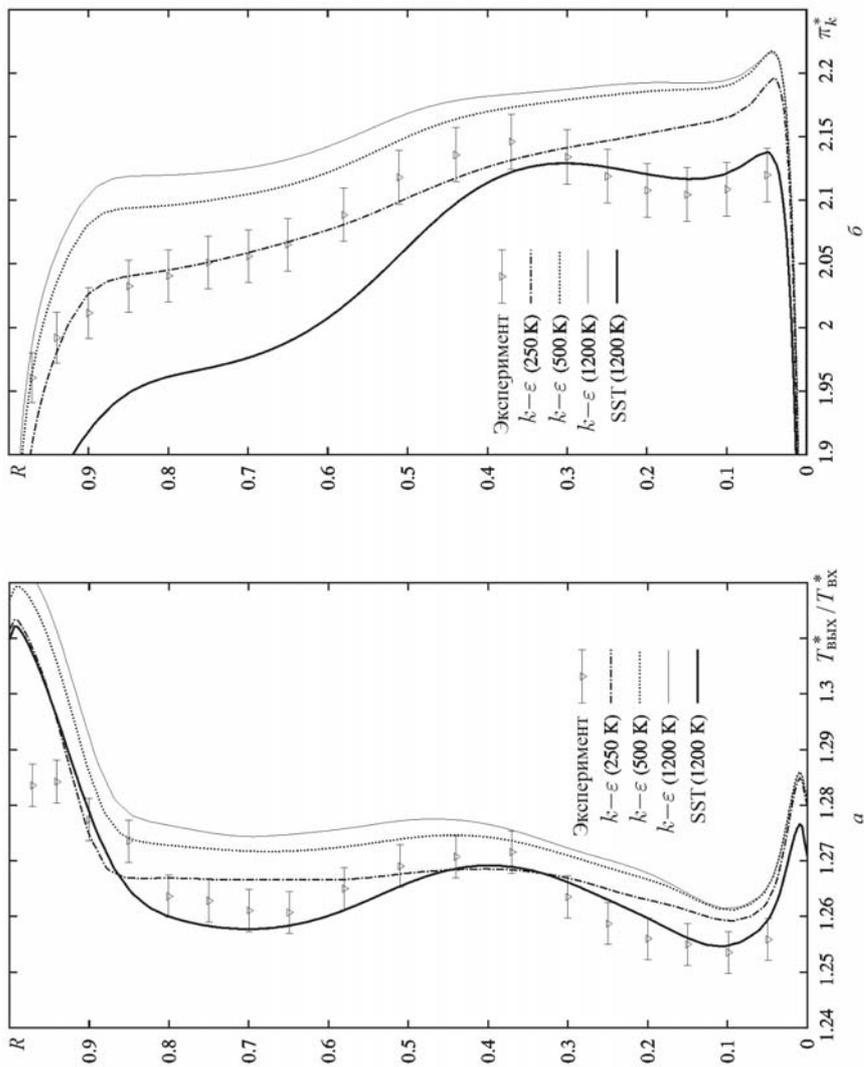
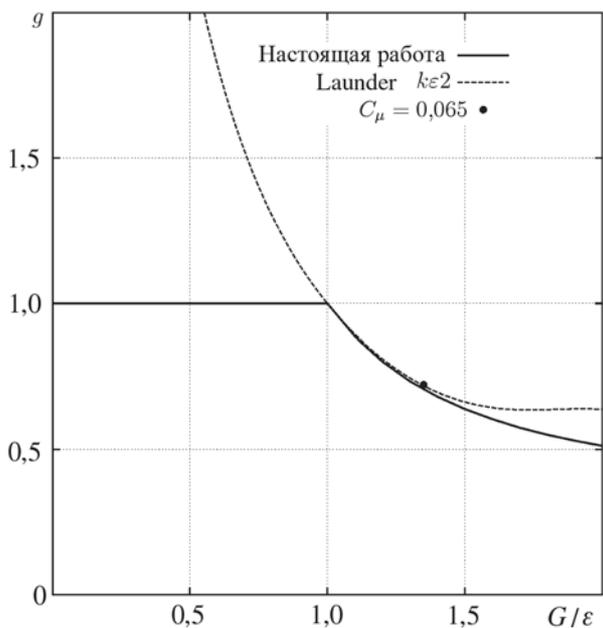


Рис. 3. Распределения степеней повышения полной температуры ( $a$ ) и полного давления ( $б$ ), рассчитанные при различном разрешении межлокального канала по стандартным моделям турбулентности



**Рис. 4. Локальное и интегральное демпфирование коэффициента турбулентной вязкости**



**Рис. 5. Неравновесность генерации и скорости диссипации энергии турбулентности в межлопаточном канале компрессора (в среднем по высоте сечения)**



**Рис. 6. Поле турбулентной вязкости в межлопаточном канале компрессора**

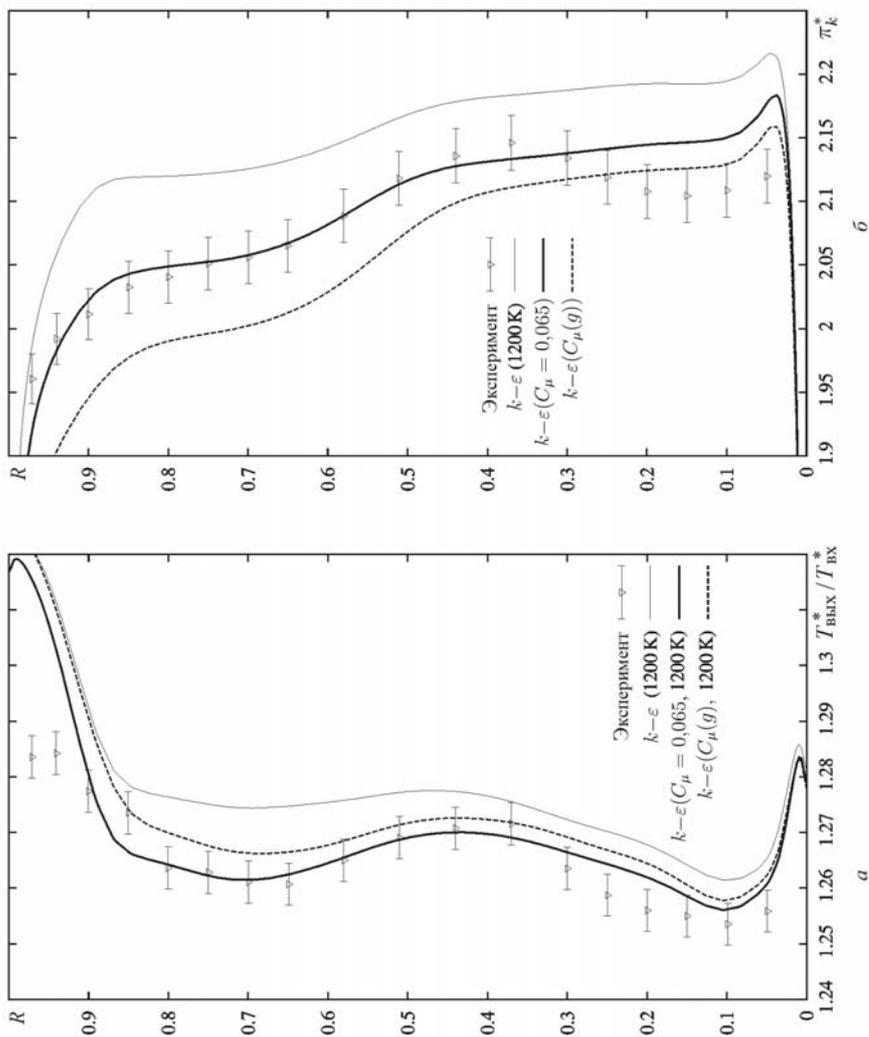


Рис. 7. Распределение степеней повышения полной температуры (а) и полного давления (б), рассчитанные при локальном и интегральном демпфировании коэффициента турбулентной вязкости

где  $A = C_{\mu}^0 / \exp[-((G/\varepsilon)^*)^{-n}]$ ;  $((G/\varepsilon)^*)^n = -nC_{\mu}^0/C_{\mu}'$ ;  $C_{\mu}' = \frac{2}{3} \times \frac{1 - C_2}{C_R^2} \left[ C_2 - \frac{2}{C_R} (C_2 - 1 + C_R) \right]$ ;  $C_2 = 0,6$ ;  $C_R = 2,486$ ;  $n = 0,45$ .

**Заключение.** Установлена существенная неравновесность генерации и скорости диссипации энергии турбулентности в отрывных зонах со стороны спинки рабочей лопатки и на скачках уплотнения. Интегральная поправка Лаундера–Роди повышает точность расчета газодинамических характеристик компрессора. Предложенное локально-неравновесное демпфирование осложняет сходимость численного интегрирования, но улучшает согласованность с экспериментальными данными и применимо для случаев с большими значениями  $G/\varepsilon$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Reid L. and Moore R. D. Design and overall performance of four highly loaded, high-speed inlet stages for an advanced high-pressure-ratio core compressor // NASA Technical Paper 1337, 1978.
2. Moore R. D. and Lonnies R. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 2.05 // NASA Technical Paper 1659, 1980.
3. Suder K. L. Blockage development in a transonic, axial compressor rotor // NASA Technical Memorandum 113115, 1997.
4. Dunham J. (editor). CFD validation for propulsion system components // AGARD Report AR-355, 1998.
5. Chima R. V. and Liu M. Comparison of the AUSM<sup>+</sup> and *H*-CUSP schemes for turbomachinery applications // NASA Technical Memorandum 212457, 2003.
6. Launder B. E. and Spalding D. . The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1974. – Vol. 3. – P. 269–289.
7. Grotjans H. and Menter F. R. Wall functions for general application CFD codes / In K.D. Papailiou et al., editor // ECCOMAS 98 Proceedings of the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference, 1998. – P. 1112–1117.
8. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. – 1994. – Vol. 32. – P. 269–289.
9. Rodi W. The prediction of free turbulence boundary layers by use of a two-equation model of turbulence / Ph. D. dissertation, University of London, 1972.
10. Launder B. E. et al. Prediction of free shear flows: A comparison of the performance of six turbulence models // NASA Report SP-321. – 1973. – P. 361–422.
11. Pope S. B. Turbulent flows. – Cambridge University Press, Cambridge, 2000. – 750 p.

Статья поступила в редакцию 23.04.2009

Андрей Николаевич Аксенов родился в 1985 г., окончил Тюменский государственный университет в 2006 г. Сотрудник Тюменского государственного университета, ПИИ ОАО “Газ-ТурбоСервис”. Автор восьми научных работ в области аэродинамики, процессов горения, турбомашиностроения.

A.N. Aksenov (b. 1985) graduated from the Tyumen' State University in 2006. Worker of the Tyumen' State University and JSC “GasTurboServis”. Author of 8 publications in the field of aerodynamics, combustion processes, turbo-machine building.



Александр Борисович Шабаров родился в 1944 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1967 г. и МГУ им. М.В. Ломоносова в 1969 г. Д-р техн. наук, профессор Тюменского государственного университета. Автор свыше 200 научных работ в области механики многофазных систем, газотурбостроения, теплофизики, нефтегазовых технологий.

A.B. Shabarov (b. 1944) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1967 and Lomonosov Moscow State University in 1969. D. Sc. (Eng.), professor of the Tyumen' State University. Author of more than 200 publications in the field of mechanics of multiphase systems, gas-turbo-building, thermal physics, oil and gas technologies.

