

## ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РЕЖИМ ВЕЧНОМЕРЗЛОГО ГРУНТА ПОД ЗДАНИЕМ СО СВАЙНЫМ ФУНДАМЕНТОМ

Д.А. Крылов, А.А. Федотов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: dmitrykrylov@rambler.ru; le-tail@list.ru

*Замораживание грунтов оснований зданий и сооружений является одним из способов поддержания их эксплуатационных свойств в районах распространения многолетнемерзлых пород. Один из основных факторов, определяющих прочность и устойчивость зданий и сооружений в криолитозоне, — динамика температурного режима грунтов их оснований. Тепловое воздействие отапливаемого здания на вечномерзлый грунт приводит к таянию грунта и, как следствие, к его осадке. Подобные опасные криогенные процессы могут создать аварийную ситуацию. Исследована математическая модель распределения температурных полей грунтов оснований геотехнических объектов со свайным фундаментом в криолитозоне. Рассмотрены три случая: здание без свайного фундамента, установленное непосредственно на поверхности мерзлого грунта; здание со свайным фундаментом; здание со свайным фундаментом с замораживанием грунтов основания с помощью вертикальных термостабилизаторов.*

**Ключевые слова:** уравнение теплопроводности, теплопроводность, задача Стефана, фазовый переход, криолитозона, термостабилизатор, свайный фундамент.

## TEMPERATURE REGIME OF PERMAFROST SOIL UNDER THE BUILDING WITH PILE FOUNDATION

D.A. Krylov, A.A. Fedotov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: dmitrykrylov@rambler.ru; le-tail@list.ru

*Freezing the soil of the building foundations is one of means for sustaining the exploitation characteristics of buildings and constructions in the permafrost regions. One of factors determining the strength and stability of buildings and constructions in the cryolithozone is dynamics of temperature regime of their foundations. Thermal influence of the heated building on permafrost leads to thawing of the soil and as a consequence to its settlement. The similar dangerous cryogenic processes may create emergency situation. The mathematical model of temperature field distribution in foundation soils for geotechnical objects with pile foundation in cryolithozone is studied. Three cases are considered: a building without pile foundation, rested directly on the surface of the frozen soil; a building with pile foundation; a building on pile foundation with freezing the foundation soils using the vertical thermal stabilizers.*

**Keywords:** heat equation, thermal conductivity, Stefan problem, phase transition, cryolithozone, thermal stabilizer, pile foundation.

**Введение.** Динамика температурного режима грунтов — один из основных факторов, определяющих прочность и устойчивость зданий и сооружений в криолитозоне. Вследствие теплового воздействия отапливаемого здания на вечномерзлый грунт, приводящего к оттаиванию грунта, может произойти его осадка и в результате возникнуть аварийная ситуация.

Одним из способов поддержания эксплуатационных свойств зданий и сооружений в районах распространения многолетнемерзлых пород является замораживание грунтов их оснований.

Составление прогноза изменений температурного режима грунтов — необходимый элемент инженерно-геологического обоснования строительства геотехнических объектов в районах распространения вечномерзлых грунтов.

Как правило, при изысканиях используют аналитические и численные методы определения составляющих температурного режима или режима в целом, выбор которого зависит от конкретной задачи прогноза и этапа изысканий.

Процессы тепломассопереноса описываются нелинейными дифференциальными уравнениями и соответствующими краевыми условиями.

Во многих работах в основном рассматривается однофазная постановка в полупространстве, когда происходит кристаллизация жидкой фазы или плавление твердой фазы, находящихся при температуре фазового перехода, под воздействием соответствующей постоянной температуры на границе раздела фаз. В этих работах изложена двухфазная постановка задачи о тепловом ударе, когда в начальный момент приходят в соприкосновение два полупространства, заполненные различными фазами, находящимися при постоянных температурах, отличных от температуры фазового перехода. В такой постановке на границе раздела фаз кроме условия изотермичности также применимо соотношение (условие Стефана), описывающее закон сохранения энергии с учетом скрытой теплоты фазового перехода.

Принципиально новый подход к задаче Стефана предложили в начале 1950-х гг. А.Н. Тихонов и А.А. Самарский [1]. Основная идея этого подхода заключается во введении понятия “эффективная теплоемкость”. Эффективная теплоемкость также включает в себя скрытую теплоту фазового перехода, сосредоточенно выделяющуюся на границе раздела фаз. Это дает возможность с использованием  $\delta$ -функции Дирака записать единое квазилинейное уравнение энергии сразу для всей области, занятой теплоносящей средой, причем условие Стефана является следствием этого уравнения. С помощью процесса сглаживания коэффициентов полученной математической модели был разработан эффективный метод численного анализа нестационарной многомерной задачи Стефана.

Во многих случаях для многомерных задач с фазовым переходом использование численных методов с явным выделением границы раздела фаз связано с алгоритмическими сложностями и большими вычислительными затратами. Для построения консервативных разностных

схем естественно исходить из законов сохранения для отдельных ячеек разностной сетки. Такой метод построения консервативных разностных схем получил название интегро-интерполяционный метод (метод баланса). С этим методом тесно связан метод контрольного объема, в котором фактически не используется дифференциальная формулировка задачи и отражаются законы сохранения непосредственно для отдельных ячеек среды. Метод подробно описан в работе [2].

**Постановка задачи.** Динамика температуры грунтов оснований описывается уравнением теплопроводности [1]

$$\begin{aligned} [c(x, y, z, u)\rho(x, y, z, u) + Q\delta(u - u^*)] \frac{\partial u}{\partial t} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(x, y, z, u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda(x, y, z, u) \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(x, y, z, u) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + s(x, y, z, t), \quad (1) \end{aligned}$$

где  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $u(x, y, z, t)$  — температура;  $u^*$  — температура фазового перехода;  $Q$  — теплота фазового перехода;  $s(x, y, z, t)$  — мощность внутренних источников теплоты;  $\delta(u - u^*)$  —  $\delta$ -функция.

Требуется найти решение  $u(x, y, z, t)$ , удовлетворяющее начальному условию

$$u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z),$$

в ограниченной области — прямоугольном параллелепипеде

$$D = \{0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad 0 \leq z \leq L_z\}.$$

На границе  $z = 0$  происходит конвективный теплообмен со средой, имеющей температуру  $\theta(t)$ . Плотность теплового потока на этой границе задается в виде

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial z} = h(\theta(t) - u(x, y, 0, t)),$$

где  $h$  — коэффициент теплоотдачи,  $h = (\alpha^{-1} + R)^{-1}$  ( $\alpha$  — коэффициент конвективного теплообмена;  $R$  — коэффициент термического сопротивления).

На границе  $z = L_z$  поддерживается постоянный тепловой поток (поток из недр Земли [3])

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial z} = q_3,$$

где  $q_3 = 50 \text{ мВт/м}^2$ .

Боковые границы области  $D$  теплоизолированы, следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(0, y, z, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(L_x, y, z, t) = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0, z, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, L_y, z, t) = 0. \end{aligned}$$

Объемная теплоемкость  $c\rho$  в левой части уравнения (1) определяется по формуле [4, 5]

$$c\rho = \begin{cases} \rho_{с.г}(c_{с.г} + c_{л}(W_{сум} + W_{в}) + c_{в}W_{в} + \kappa \frac{\partial W_{в}}{\partial u}), & u < u^*; \\ \rho_{с.г}(c_{с.г} + c_{в}W_{сум}), & u > u^*, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\rho_{с.г}$  — плотность сухого грунта;  $c_{л}$ ,  $c_{в}$ ,  $c_{с.г}$  — удельные теплоемкости льда, воды и сухого грунта,  $c_{л} = 2,05$  Дж/(кг·К),  $c_{в} = 4,22$  Дж/(кг·К),  $c_{с.г} = 928,8$  Дж/(кг·К);  $W_{сум}$  — суммарная влажность грунта в долях от массы сухого грунта;  $\kappa$  — удельная теплота фазового перехода льда,  $\kappa = 3,33$  Дж/кг;  $W_{в}$  — доля незамерзшей воды по отношению к массе сухого грунта при температуре  $u$ ,  $W_{в} = W_{в}(u)$ ;  $u^*$  — температура фазового перехода,  $u^* = 273$  К. Формула (2) учитывает фазовые переходы в области отрицательных температур.

Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  в уравнении (1) находится как

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_{м.г}, & u < u^*; \\ \lambda_{т.г}, & u > u^*, \end{cases}$$

где  $\lambda_{м.г}$ ,  $\lambda_{т.г}$  — коэффициенты теплопроводности мерзлого и талого грунтов.

Параметры уравнения теплопроводности зависят от типа зоны, времени и фазового состояния.

**Результаты расчетов.** Поставленная задача решалась численно методом контрольного объема [2, 6]. Число контрольных объемов по  $x$ ,  $y$  и  $z$  составило 40, 30 и 35 соответственно, общее число элементов в расчетной области — 42000. В качестве рассматриваемого интервала времени выбран интервал 43800 ч (5 лет, 1 год составляет 8760 ч). Число итераций по времени 6000.

Рассматриваемая область  $D$  была разбита на литологические слои, каждый из которых имел свои теплофизические характеристики. В общем случае число слоев и их вид можно принимать любыми, модель будет присваивать каждому конечному объему теплофизические характеристики соответствующего литологического слоя (на границе слоев — превалирующего). В данной задаче выбрано три таких слоя. Необходимые для расчета значения физических характеристик литологических слоев соответствуют значениям, приведенным в работе [4].

Был проведен анализ влияния типа фундамента на температурный режим под зданием. В качестве первой модельной задачи рассмотрен пример с отсутствием фундамента, т.е. здание установлено непосредственно на поверхности мерзлого грунта. Во второй постановке задачи у здания есть свайный фундамент. В третьей задаче здание имеет свайный фундамент, а грунт основания заморожен с помощью вертикальных термостабилизаторов.

**Задача 1.** Область исследования  $D$  представляет собой параллелепипед с характерными размерами  $L_x = 21$  м,  $L_y = 15$  м и  $L_z = 17$  м. Плоскость  $OXY$  соответствует поверхности земли. Ось  $OZ$  направлена вглубь грунта.

Область  $D$  состоит из трех литологических слоев  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$ , которые описываются следующим образом:

$$D_1 = \{\forall M(x, y, z) \in D : 0 < z < 2\};$$

$$D_2 = \{\forall M(x, y, z) \in D : 6 < x < 21, 2 < z < 6\};$$

$$D_3 = D \setminus (D_1 \cup D_2).$$

Верхняя граница  $z = 0$  области (рис. 1, *a*) разбита на три зоны: 1 — зона естественных условий теплообмена; 2 — зона здания; 3 — зона снежных надувов. В зоне 2 располагается производственное здание, физические характеристики в этой зоне постоянны во времени. Условия в зонах 1 и 3 изменяются по интервалам времени — месяцам года. За начало отсчета принимается 1 января текущего года. Через год эти условия повторяются, т.е. условия на верхней границе являются периодическими функциями времени с периодом  $T = 8760$  ч.

Анализ изменения температурного режима в расчетной области проводится следующим способом. На прямых линиях, параллельных оси  $OZ$  и проходящих через характерные точки на верхней границе области, выбираются точки наблюдения  $M_1(1,5; 1,0)$  — под зданием и  $M_2(9; 5)$  — в непосредственной близости от этой зоны. Результатами расчетов являются зависимости температуры от времени в этих точках (рис. 2).

Согласно результатам численного решения задачи, к концу рассматриваемого периода (5 лет) температура под зданием остается отрицательной на глубине около 7 м. Таким образом, большой объем мерзлого грунта через некоторое время после начала эксплуатации здания станет талым, под зданием может образоваться котлован, в который оно начнет проседать вплоть до полного разрушения.

Избежать аварийной ситуации можно несколькими способами. При строительстве в зоне вечной мерзлоты часто применяют свайный фундамент (температурный режим под зданием с таким фундаментом рассмотрен в задаче 2). Однако наиболее распространенным способом

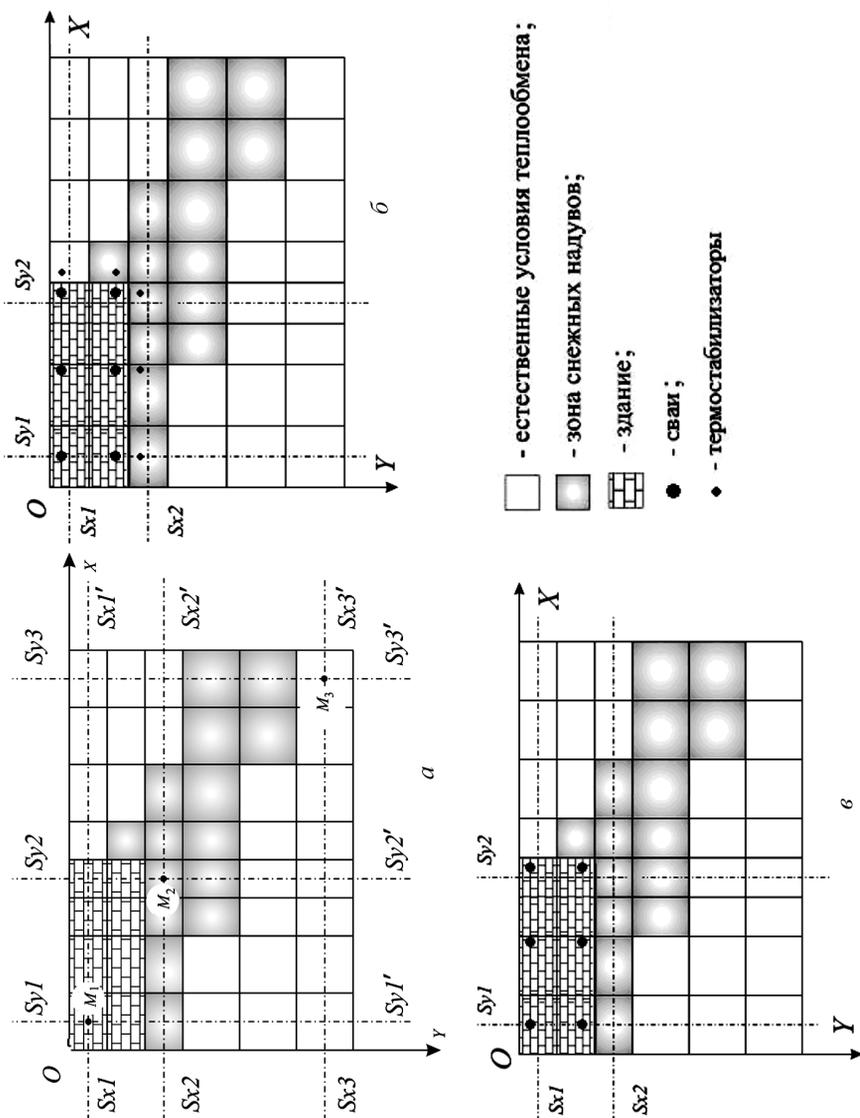


Рис. 1. Схемы расчетных областей для здания, установленного на поверхности мерзлого грунта (а), для здания со свайным фундаментом (б) и для здания со свайным фундаментом на замораживаемом с помощью термостабилизаторов грунте (б)

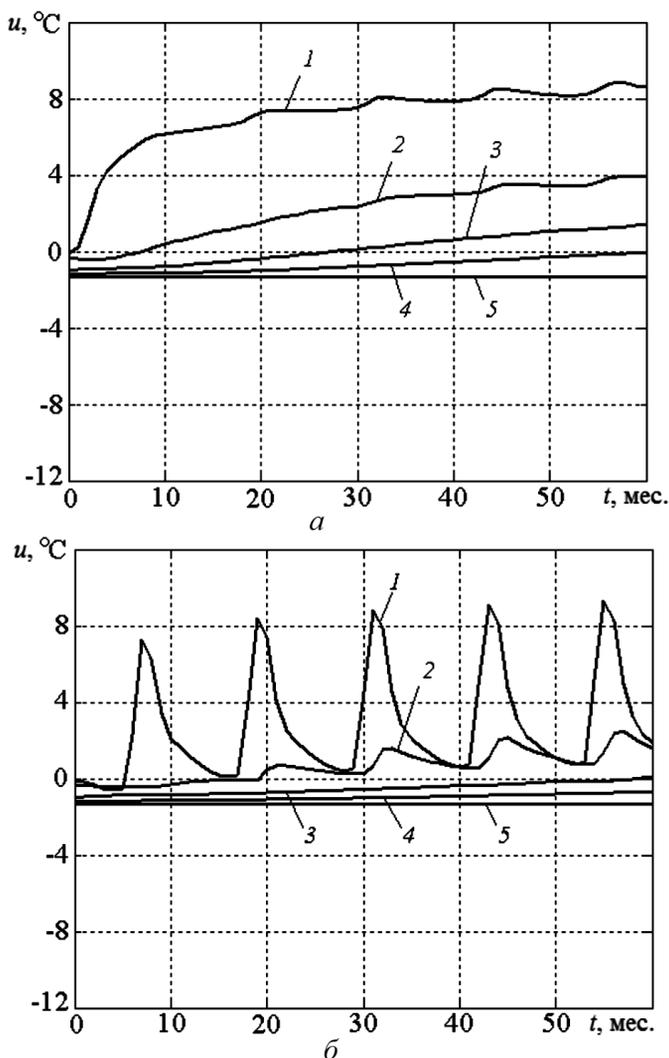


Рис. 2. Зависимости температуры от времени в точках  $M_1$  (а) и  $M_2$  (б) на глубине 1 (1), 3 (2), 5 (3), 7 (4) и 15,5 м (5)

при строительстве является искусственное сохранение вечномерзлых грунтов основания в мерзлом состоянии в процессе строительства и в течение всего периода эксплуатации здания. Для этого предпринимаются различные меры. Например, грунт основания здания, установленного непосредственно на поверхности мерзлого грунта, замораживают с помощью термостабилизаторов (температурный режим для подобного геотехнического решения рассчитан в задаче 3).

**Задача 2.** Рассмотрено здание со свайным фундаментом без вентилируемого подполья (рис. 1, б). Теплофизические характеристики фундамента постоянны (соответствуют характеристикам бетона), фазового перехода внутри свай нет. Для расчета выбраны сваи, полностью со-

стоящие из тяжелого (обычного) бетона с плотностью  $\rho_6 = 2300 \text{ кг/м}^3$ , коэффициентом теплопроводности  $\lambda_6 = 6285 \text{ Дж/(м}\cdot\text{ч}\cdot\text{К)}$  и удельной теплоемкостью  $c_6 = 838 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ . Глубина залегания свай 8 м.

Анализ результатов расчетов показал, что наличие свайного фундамента не обеспечивает условий сохранения грунта основания здания в мерзлом состоянии. Глубина оттаивания грунта к концу лета пятого года составляет примерно 7 м и здание на сваях с глубиной залегания 8 м может потерять устойчивость, что приведет к разрушению сооружения. Чтобы избежать этого, на практике используют здания с вентилируемым подпольем, термостабилизаторы, охлаждающие грунт, но чаще всего, и то, и другое. Ниже рассмотрен способ сохранения грунтов основания здания в мерзлом состоянии с помощью вертикальных термостабилизаторов.

**Задача 3.** Здание со свайным фундаментом располагается на замораживаемом с помощью вертикальных термостабилизаторов грунте. Такой тип фундамента часто встречается при строительстве в зоне вечномерзлых грунтов. Термостабилизаторы рассмотрены в работах [7–9].

По периметру здания со свайным фундаментом установлены вертикальные термостабилизаторы. Область исследования  $D$  аналогична области, показанной на рис. 1, *а*, за исключением шести свай и пяти термостабилизаторов (рис. 1, *в*).

В расчетах используются гладкостенные термостабилизаторы СОУ СГВ-100-40/9 с глубиной залегания  $z_0 = 8 \text{ м}$ , общей длиной 9 м и мощностью  $s_0 = -32,94 \text{ Вт/м}$ .

В первые три месяца (в это время термостабилизаторы работают), температура под зданием не увеличивается так быстро как при свайном фундаменте или при его отсутствии (рис. 3). Однако к концу лета температура под зданием существенно возрастает, так как термостабилизаторы не функционируют. К концу зимы пятого года температура под зданием отрицательна на глубине 1 м. Это означает, что большая часть грунта находится в твердом состоянии и зданию не угрожает разрушение. После лета глубина промерзания составляет примерно 2 м. Для свай глубиной залегания 8 м — это вполне допустимая глубина промерзания. Три четверти длины свай расположено в твердом грунте, что позволит зданию устоять без просадки. Следует отметить, что для большей безопасности необходимо использовать термостабилизаторы непосредственно под зданием рядом со сваями. Таким образом, можно подморозить грунт в непосредственной близости от свай и сваи почти полностью будут находиться в твердом грунте. Это особенно важно при строительстве крупных зданий.

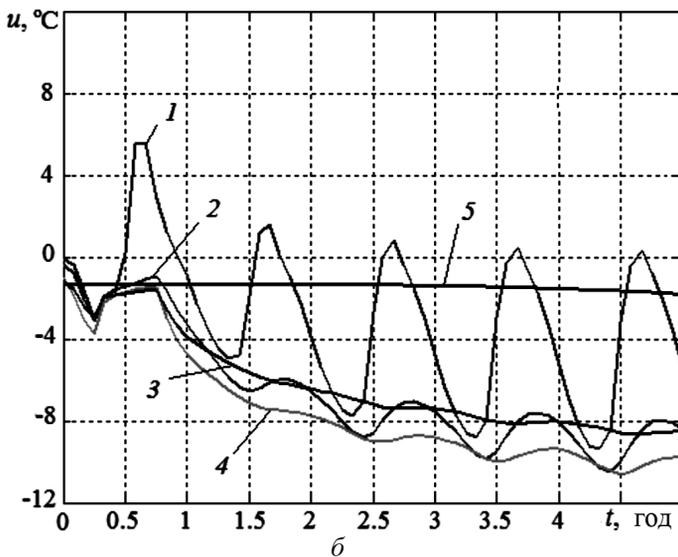
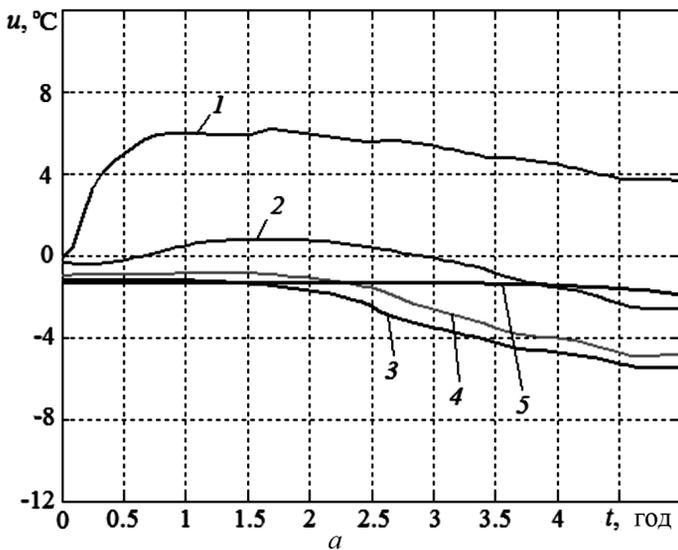


Рис. 3. Зависимости температуры от времени в точках  $M_1$  (а) и  $M_2$  (б) на глубине 1 (1), 3 (2), 5 (3), 7 (4) и 15,5 м (5)

**Заключение.** В работе рассмотрена математическая модель температурных режимов грунтов основания геотехнических объектов со свайным фундаментом. Модель позволяет учесть фазовые переходы, источники и стоки теплоты, наличие незамерзшей воды. В задаче 1 рассмотрено здание без свайного фундамента, выявлен опасный процесс накопления теплоты под ним, который может привести к разрушению здания. В задаче 2 исследовано здание со свайным фундаментом. Установлено, что такая конструкция также не позволяет избежать таяния грунта под зданием, возможно его разрушение. В задаче 3 рассмотрено охлаждение грунта под зданием со свайным фундаментом

с помощью термостабилизаторов. Глубина промерзания грунта составляет допустимую величину.

*Работа выполнена при финансовой поддержке ОАО “Газпром”.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2009. 784 с.
2. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 312 с.
3. Короновский Н.В. Общая геология. М.: Изд-во “Книжный дом университет”, 2006. 528 с.
4. РСН 67–87. Инженерные изыскания для строительства. Составление прогноза изменений температурного режима вечномерзлых грунтов численными методами. М.: Госстрой РСФСР, 1987. 40 с.
5. СНиП 2.02.04–88. Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах. М.: Стройиздат, 1990. 53 с.
6. Крылов Д.А., Сидняев Н.И., Федотов А.А. Интегральный метод в задачах математического моделирования распределения температурных полей // Сб. докл. IV Всероссийской молодежной научно-инновационной школы “Математика и математическое моделирование” 19–22 апреля 2010 г., СарФТИ НИЯУ МИФИ г. Саров, 2010. С. 72–76.
7. Крылов Д.А. Математическое моделирование температурных полей с учетом фазовых переходов в криолитозоне // Электронное научно-техническое издание “Наука и образование”. 2012. № 04, апрель. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/354740.html> (дата обращения 28.07.2012).
8. Хрусталева Л.Н. Основы геотехники в криолитозоне. М.: Изд-во МГУ, 2005. 544 с.
9. К вопросу о типовых технических решениях по основаниям и фундаментам для криолитозоны / А.П. Попов, В.И. Милованов, В.В. Жмулин и др. // Инженерная геология. 2008. № 3. С. 22–39.

## REFERENCES

- [1] Samarskiy A.A., Vabishchevich P.N. Vychislitel'naya teploperedacha [Computational heat transfer]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2009. 784 p.
- [2] Patankar S.V. Computation of conduction and duct flow heat transfer. Innovative Research, 1991, 354 p. (Russ. ed.: Patankar S.V. Chislennoe reshenie zadach teploprovodnosti i konvektivnogo teploobmena pri techenii v kanalakh. Moscow, MEI Publ., 2003. 312 p.).
- [3] Koronovskiy N.V. Obshchaya geologiya [General geology]. Moscow, “Knizhnyy Dom Universitet” Publ., 2006. 528 p.
- [4] RSN 67-87. Inzhenernye izyskaniya dlya stroitel'stva. Sostavlenie prognoza izmeneniy temperaturnogo rezhima vechnomerzlykh gruntov chislennymi metodami. [Engineering surveys for construction. Predicting temperature changes in permafrost by numerical analysis]. Moscow, Gosstroy RSFSR Publ., 1987. 40 p.
- [5] SNIP 2.02.04-88. Osnovaniya i fundamenti na vechnomerzlykh gruntakh [Foundations on permafrost]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1990. 53 p.
- [6] Krylov D.A., Sidnyaev N.I., Fedotov A.A. The integral method in mathematical modeling of temperature fields. *Sb. Dokl. 4 Vseross. Molodezhnoy Nauchno-Innovatsionnoy Shk. “Matematika i matematicheskoe modelirovanie”* [Proc. 4th All-Russ. Youth Res. Innovation Sch. “Mathematics and mathematical modeling”]. Sarov, SarFTI Publ., 2010, pp. 72–76 (in Russ.).

- [7] Krylov D.A. Mathematical simulation of temperature fields considering phase transitions in cryolithic zone. *Nauka Obraz. MGTU im. N.E. Baumana. Elektron. Zh.* [Sci. Educ. Bauman Moscow State Tech. Univ. Electron. J.], 2012, no. 4 (in Russ.). Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/354740.html> (assessed 28.07.2012).
- [8] Khrustalev L.N. *Osnovy geotekhniki v kriolitozone* [Fundamentals of geotechnical engineering in the cryolithic zone]. Moscow, MGU Publ., 2005. 544 p.
- [9] Popov A.P., Milovanov V.I., Zhmulin V.V., Ryabov V.A., Berezhnoy M.A. On the typical technical solutions for foundations on permafrost. *Inzh. Geol.* [Eng. Geol.], 2008, no. 3, pp. 22–39 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 30.01.2013

Дмитрий Алексеевич Крылов — аспирант, ассистент кафедры “Высшая математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 14 научных работ в области прикладной математики. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

D.A. Krylov — post-graduate, assistant teacher of “Higher Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 14 publications in the field of applied mathematics.] Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul., 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Анатолий Александрович Федотов — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Высшая математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области прикладной математики и механики.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

A.A. Fedotov — Cand. Sci. (Phys.-Math.), assoc. professor “Higher Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of applied mathematics and mechanics.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul., 5, Moscow, 105005 Russian Federation.