

В. И. Ларионов, С. П. Сущев,  
Д. Ю. Валекжанин, Д. Ю. Грязнев

## ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ТРУБОПРОВОДА НА УЧАСТКЕ ОПОЛЗНЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ ГРУНТА

*Разработана математическая модель взаимодействия подземного трубопровода с грунтом в зоне продольного сдвига (оползня). На одном из примеров показаны важнейшие закономерности формирования напряженно-деформированного состояния трубопровода в районе оползня.*

**E-mail:** lar@esrc.ru; syschev\_sp@bmstu.ru;  
daniel@bmstu.ru

**Ключевые слова:** оползень, трубопровод, безопасность, деформирование, напряжение, моделирование, грунт, сдвиг, прочность, расчет.

Обеспечение прочности трубопроводов, проложенных в сложных геологических условиях (территории с карстовыми образованиями; зоны многолетнемерзлых грунтов; оползневые и курумные участки; сейсмоопасные зоны), является одной из наиболее актуальных задач.

В статье рассматривается математическая модель оценки напряжения в трубопроводе диаметром  $D$  и толщиной стенки  $\delta_T$  на участке оползня при продольном сдвиге грунта (рис. 1).

Для получения аналитического выражения, связывающего напряжения с продольным сдвигом грунта, выделим элемент трубы длиной  $dz$  и запишем для него условие равновесия (рис. 2).

Сила, с которой действует грунт на поверхность элемента трубы  $dz$ , определяется соотношением

$$dQ = \pi D \cdot dz \cdot q_z,$$

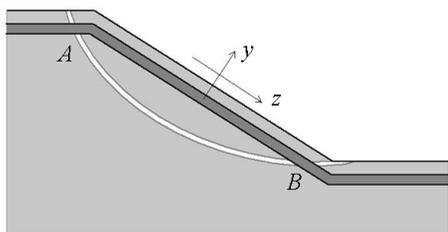
где  $q_z$  — реакция грунта в продольном направлении, отнесенная к площади поверхности трубы длиной  $1 \text{ м}^2$ .

Сила, с которой действуют на элемент  $dz$  остальные части трубопровода (слева и справа), равна

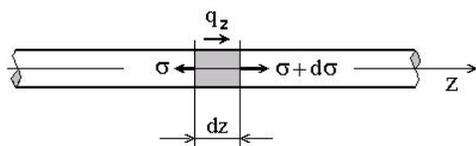
$$dN = \pi D \delta_T d\sigma.$$

Условие равновесия элемента длиной  $dz$  имеет вид

$$dQ + dN = 0.$$



**Рис. 1.** Схема состояния трубопровода в зоне продольного сдвига грунта



**Рис. 2.** Силы, действующие на элемент трубопровода при продольном сдвиге грунта

Выполняя преобразования этих уравнений, получаем

$$\pi D dz q_z + \pi D \delta_T d\sigma = 0; \quad \frac{d\sigma}{dz} = -\frac{q_z}{\delta_T}. \quad (1)$$

Известно, что

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{dw}{dz}, \quad (2)$$

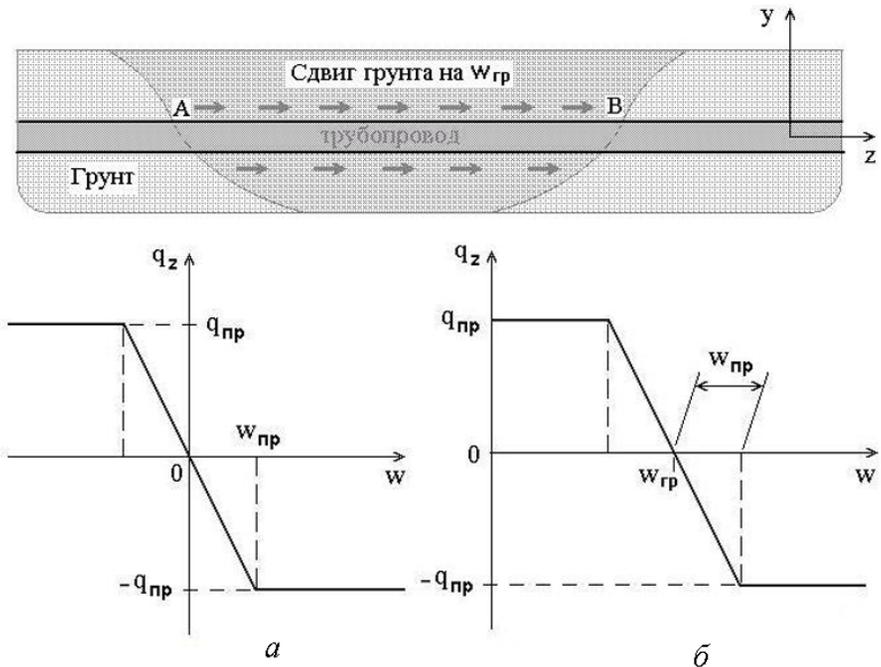
где  $E$  – модуль упругости;  $\varepsilon$  – относительная деформация.

Подставляя соотношение (2) в (1), получаем дифференциальное уравнение трубопровода при продольном сдвиге грунта:

$$\frac{d^2w}{dz^2} = -\frac{q_z}{E\delta_T}. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) зависит от вида функции  $q_z(z)$ , которая описывает распределение сил сцепления между грунтом и трубопроводом, возникающих из-за продольного сдвига грунта относительно трубы. Характер этих сил показан на рис. 3.

Природа сил сцепления (реакции грунта)  $q_z(z)$  подобна природе сил трения. Они растут с увеличением давления грунта снаружи трубы  $P_{гр}$  и сдвига трубы относительно грунта. Но этот рост может происходить только до определенного предела, после которого при дальнейшем сдвиге грунта реакция остается на достигнутом предельном уровне  $q_{пр}$  [2]. Обозначив смещение трубы через  $w$ , сдвиг грунта –  $w_{гр}$ , относительный сдвиг получим как разность  $(w - w_{гр})$ . Давление грунта различно на разных глубинах, поэтому выберем среднее давление, соответствующее глубине оси трубы:



**Рис. 3. Расчетная схема и модели реакции грунта при продольном сдвиге:**  
*a* – за пределами участка *AB*; *б* – в пределах участка *AB*

$P_{\text{тр}} = g\rho_{\text{тр}}(h + 0,5D)$ , где  $g$  — ускорение свободного падения;  $\rho_{\text{тр}}$  — плотность грунта;  $h$  — глубина трубы по верхней образующей. Вводя также коэффициент трения  $k$ , можно записать выражение для реакции грунта

$$q_z = -k g \rho_{\text{тр}} (h + 0,5D) (w - w_{\text{тр}}); \quad |q_z| \leq q_{\text{пр}}. \quad (4)$$

Реакция грунта  $q_z$  не является постоянной вдоль трубопровода, поэтому ее следует рассматривать как некоторую функцию  $q_z(z)$ , явный вид которой остается неизвестным до решения задачи, так как включает искомую величину  $w$ .

Для решения дифференциального уравнения (3) кроме сил  $q_z(z)$  требуются начальные и граничные условия, которые можно задать так:

— начальное условие  $w(z) = 0$  (до сдвига грунта трубопровод находился в исходном положении, которое берем за нуль);

— граничные условия  $w_{z \rightarrow \pm\infty} = 0$  (вдали от участка сдвига  $AB$  трубопровод находится в исходном положении).

Силу  $q_z(z)$  можно задавать в виде кусочно-постоянных или кусочно-линейных функций; тогда решение уравнения (3) будет кусочно-непрерывным. Исследуем характер решения в пределах каждого участка, задавая разные области зависимости  $q_z(z)$ .

*Участок 1* ( $q_z(z) = \text{const} = S$ ).

Уравнение (3) принимает вид

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = -\frac{S}{E\delta_{\text{т}}},$$

и его решение

$$w(z) = \frac{S}{2E\delta_{\text{т}}} z^2 + C_1 z + C_2.$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий.

*Участок 2* ( $q_z(z) = Sz$ ).

Уравнение (3) принимает вид

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = -\frac{S}{E\delta_{\text{т}}} z,$$

и его решение

$$w(z) = \frac{S}{6E\delta_{\text{т}}} z^3 + C_1 z + C_2.$$

*Участок 3* ( $q_z(z) = S_1 z + S_2$ ).

Уравнение (3) принимает вид

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = -\frac{S_1 z + S_2}{E\delta_{\text{т}}},$$

и его решение

$$w(z) = \frac{S_1}{6E\delta_{\text{т}}} z^3 + \frac{S_2}{2E\delta_{\text{т}}} z^2 + C_1 z + C_2.$$

Для решения задачи необходимо задать не функции  $q_z(w)$  (см. рис. 3), а  $q_z(z)$ , но для перехода от  $q_z(w)$  к  $q_z(z)$  необходимо знать зависимость  $w(z)$ , которая остается неизвестной, пока не решим задачу в целом. Воспользуемся для этого методом последовательных приближений и численного расчета [3].

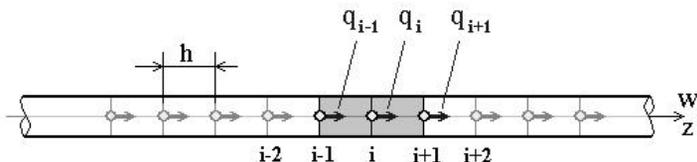


Рис. 4. Конечно-разностная сетка с обозначением узлов и величин

Для численного решения использован метод конечных разностей. Заменим в решаемом дифференциальном уравнении все производные на конечно-разностные выражения. Так, из уравнения (3) получим выражение для перемещения центрального (в трехэлементной системе) узла с номером  $i$ :

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = -\frac{q(z)}{E\delta_T};$$

$$\frac{w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}}{h^2} = -\frac{q_i}{E\delta_T};$$

$$w_i = \frac{1}{2} \left( w_{i-1} + w_{i+1} + \frac{q_i h^2}{\delta_T E} \right). \quad (5)$$

Здесь  $w_{i-1}$ ,  $w_i$ ,  $w_{i+1}$  — значения продольного смещения трубы в узловых точках, обозначенных индексами  $i - 1$ ,  $i$ ,  $i + 1$  соответственно;  $h$  — шаг конечно-разностной сетки (рис. 4).

Формула (5) выражает условие локального равновесия узла  $i$  при заданных положениях других узлов. Применяя это выражение последовательно ко всем узлам конечно-разностной сетки (метод итераций), получаем первое приближение к искомому решению. Повторив многократно эту процедуру, получим 2-е, 3-е, ...,  $n$ -е приближения. Прекращение цикла вычислений осуществляется когда последующее приближение отличается от предыдущего на малую (заданную) величину.

Такой подход к решению имеет ряд преимуществ. Во-первых, он прост для программной реализации. Во-вторых, по ходу решения можно корректировать действующие силы, которые зависят от искомого смещения трубы  $w$  (5).

Рассмотрим следующий **пример**. На участке  $AB$  трубопровода диаметром  $D$  с толщиной стенки  $\delta_T$  произошел сдвиг грунта в продольном направлении (рис. 5). Необходимо определить напряженно-деформированное состояние трубопровода на участке  $AB$  и в его окрестностях.

Получим решение, используя выражение (5). Для этого разобьем участок трубопровода конечно-разностной сеткой с шагом  $h$ . Поскольку возмущенное напряженное состояние распространится и за пределы участка  $AB$ , в расчетной модели рассмотрим общую длину  $L$ , значительно превосходящую протяженность участка  $AB$ . Обозначим начало и конец расчетной части трубопровода соответственно  $H$  и  $K$  (рис. 5).

Разработанная для решения этой задачи расчетная программа имеет следующий алгоритм.

1. Формируется массив  $W(i)$  для описания продольных смещений узлов  $w_i$  в расчетном участке трубопровода. Если выбрать размер сетки

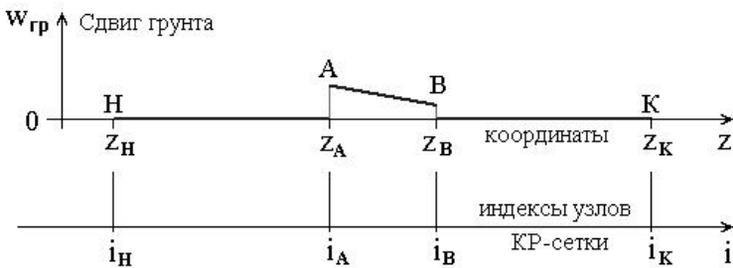


Рис. 5. Расчетный участок трубопровода

$h = 1$  м, то общее число элементов массива  $W(i)$  должно быть не меньше протяженности участка  $HK$  в метрах.

2. Формируется массив чисел  $DW(i)$  для описания продольных смещений грунта  $w_{гр}$  в узловых точках конечно-разностной сетки.

3. Формируется массив  $Q(i)$  для описания продольных реакций грунта  $q_z$  в узловых точках конечно-разностной сетки.

4. Задаются исходные данные: координаты точек  $H, A, B, K$ ;  $w_{гр}(A) = DW(i_A)$ ;  $w_{гр}(B) = DW(i_B)$ ;  $h = HZ$ ;  $q_{пр} = QPR$ ;  $W_{пр} = WPR$ ;  $\delta_{т} = DT$ ;  $D$ ;  $E$ . Все координаты должны быть больше единицы. Рекомендуется принять  $z_H = 10$ , а координаты остальных точек выбрать по их расстояниям от точки  $H$  (в метрах).

5. Определяются номера узлов характерных точек:

$$i_H = 10; \quad i_A = i_H + HA; \quad i_B = i_H + HB; \quad i_K = i_H + HK.$$

6. Определяется продольное смещение грунта в узлах конечно-разностной сетки:

$$DW(i) = 0, \text{ если } i < i_A;$$

$$DW(i) = DW(i_A) + \frac{DW(i_B) - DW(i_A)}{i_B - i_A}(i - i_A), \text{ если } i_A \leq i \leq i_B;$$

$$DW(i) = 0, \text{ если } i > i_B.$$

Здесь смещения заданы линейно, но допустимы и другие аппроксимации.

7. Составляется цикл, состоящий из пунктов 7–9 с изменением индекса  $i$  от  $i_H$  до  $i_K$  с шагом 1.

8. Определяется реакция грунта  $Q(i) = -(QPR/WPR)[W(i) - DW(i)]$ ; если полученное значение  $Q(i)$  больше  $+Q_{пр}$ , то принимается  $Q(i) = +Q_{пр}$ ; если же  $Q(i) < -Q_{пр}$ , то принимается  $Q(i) = -Q_{пр}$ .

9. Вычисляется комплексный коэффициент  $R = HED = \frac{h^2}{E\delta_{т}}$ .

10. Вычисляется  $W(i) = 0,5 [W(i-1) + W(i+1) + RQ(i)]$ .

11. Проверяется, есть ли изменение в массиве  $W(i)$  в пределах  $i_H \leq i \leq i_K$ . Если оно произошло по сравнению с предыдущим циклом, то повторяются п. 6–9.

Сравнение последующего состояния с предыдущим проводится по сумме абсолютных значений  $W(i)$  на всем участке  $SUMMA = \sum_{i_H}^{i_K} |W(i)|$ .

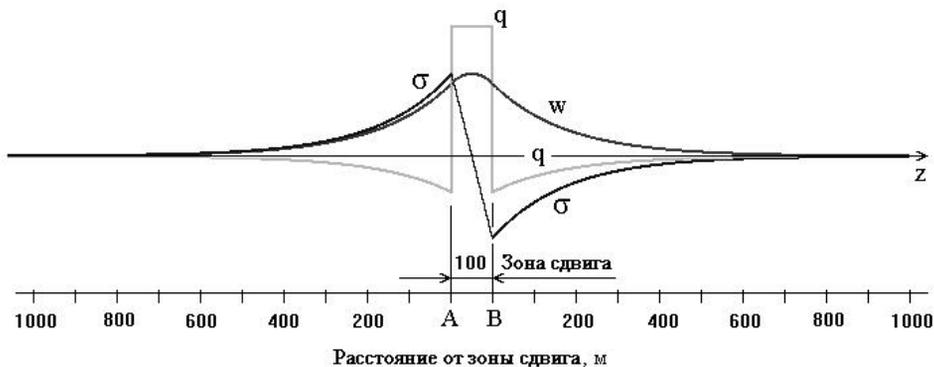


Рис. 6. Распределение силы реакции грунта  $q$ , смещения трубы  $w$  и осевого напряжения  $\sigma$  вдоль оси трубы от сдвига грунта

12. Вычисляются деформации и напряжения в трубопроводе на участке НК:

$$\varepsilon_z(i) = \frac{W(i+1) - W(i-1)}{2h}; \quad \sigma_z(i) = E\varepsilon_z(i).$$

13. Результаты расчета представляются в виде таблицы и графиков.

На рис. 6 показаны графики решения, соответствующего следующим исходным данным:  $D = 1020$  мм;  $\delta_T = 16$  мм;  $E = 206\,000$  МПа; коэффициент сцепления грунт–труба  $q_{\text{пр}}/w_{\text{пр}} = 10^5$  Н/м<sup>3</sup>; предельное значение реакции грунта  $q_{\text{пр}} = 5000$  Н/м<sup>2</sup>; сдвиг грунта в точках А и В соответственно  $\Delta w_A = 5$  м и  $\Delta w_B = 2$  м; координаты точек Н, А, В, К соответственно 0, 300, 400 и 700 м.

Расчет показывает, что в зоне сдвига грунта появляются дополнительные осевые напряжения в пределах  $\pm 15,7$  МПа. При этом возмущение поля напряжений распространяется вдоль трубопровода на несколько сот метров от границ зоны сдвига грунта.

**Выводы.** 1. Разработана математическая модель воздействия грунта на подземный трубопровод на участке оползня при продольном сдвиге.

2. Разработан алгоритм решения полученных уравнений и программа расчетов. Решение построено на основе методов конечных разностей, итераций и последовательных приближений, что позволяет одновременно уточнять начальное и граничное условия, реакцию грунта и само решение.

3. Установлено, что возмущение поля напряжений в трубопроводе распространяется на несколько сот метров за пределы участка оползня.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. Том 1. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов / А.М. Шаммазов, Р.М. Зарипов, В.А. Чичелов и др. – М.: Интер, 2005. – 706 с.

Сергей Петрович Сушев родился в 1958 г., окончил в 1976 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор, директор Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 трудов в области теории рисков, механики разрушения, промышленной безопасности и эксплуатации опасных производственных объектов.

S.P. Sushchev (b. 1958) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1976. D. Sc. (Eng.), professor. Director of the Scientific and Educational Center of Extremal Situation Study of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of theory of risks, mechanics of destruction, industrial safety and exploitation of dangerous industrial objects.



Дмитрий Юрьевич Валекжанин родился в 1976 г., окончил в 1998 г. Уфимский государственный авиационный технический университет. Директор ООО “Научно-производственная компания “Диаконт”, г. Уфа.

D.Yu. Valekzhanin (b. 1976) graduated from the Ufa State Aviation Technical University in 1998. Director of OOO Scientific and Production Company “Diakont” (city Ufa).



Данил Юрьевич Грязнев родился в 1985 г., окончил в 2009 г. Российский государственный социальный университет. Младший научный сотрудник Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 15 статей в области промышленной безопасности и эксплуатации опасных производственных объектов.

D.Yu. Gryaznev (b. 1985) graduated from the Russian State Social University in 2009. Junior researcher of the Scientific and Educational Center of Extremal Situation Study of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 15 publications in the field of industrial safety and exploitation of dangerous industrial objects.

