

А. А. Александров, В. А. Котляревский,  
В. И. Ларионов

## ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ НА СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ

*Для оценки надежности трубопровода разработана модель, основанная на генерировании случайных нестационарных процессов – акселерограмм.*

**E-mail:** rector@bmstu.ru; lar@esrc.ru;  
kotlyarevsky22@mail.ru

**Ключевые слова:** магистральный трубопровод, сейсмостойкость, акселерограмма, преобразование Фурье, вероятность, моделирование.

Оценка надежности магистральных трубопроводов (МТ) на сейсмостойкость проводится с применением метода статистического моделирования, согласно которому выполняют многократный динамический детерминистический расчет трубопровода с использованием модели на действие реализаций ансамбля акселерограмм с обработкой данных о параметрах движения и напряженно-деформированном состоянии трубопровода. Далее проводится оценка показателей риска относительно сейсмического воздействия. Поскольку эти показатели должны быть малыми, статистическое моделирование применяют для оценки показателей условного риска, т.е. вероятности возникновения повреждений, разрушений при заданном конкретном воздействии (частоте события выброса за пределы области допустимых состояний).

При расчетах вводят функцию риска  $H(t)$  как дополнение функции безопасности  $S(t)$  до единицы:

$$H(t) = 1 - S(t), \quad S(t) = P\{\nu(\tau) \in \Omega_s, \tau \in [0, t]\},$$

где  $S(t)$  – вероятность случайного события, которое заключается в том, что в интервале  $[0, t]$  не возникает условий, приводящих к разрушению;  $\nu$  – вектор типа вектора качества в теории надежности;  $\Omega_s$  – область безопасности, включающая допустимую область по предельным состояниям.

Если  $H(t)$  не очень малая величина, то при статистическом моделировании из  $N$  испытаний (расчетов) допустима оценка для  $H(t)$  на отрезке  $[0, t]$

$$\bar{H} = n(t)/N,$$

где  $n(t)$  – число испытаний (расчетов по данной модели), в которых прочностные или деформационные параметры МТ вышли за пределы допустимой области по предельным состояниям.

Предельно допустимое значение риска назначают с учетом некоторой неопределенности исходной информации (свойства грунтов, геология). Изменчивостью характеристик объекта по сравнению с изменчивостью сейсмических нагрузок в большинстве случаев можно пренебречь.

Для оценки риска применяют некоторые модели теории надежности. Среди них модели высоконадежных систем, для которых аварийные ситуации представляют редкие события, а также модели стареющих систем, качество которых в процессе эксплуатации ухудшается вследствие ползучести, различных видов усталости, износа и других видов повреждений.

Прогнозирование аварийных ситуаций возможно на основе элементарной статистики и дискретного распределения Пуассона, часто применяемого к редким событиям и природным явлениям.

Функцию риска аварии из-за отказа нормального функционирования объекта называют вероятностью отказа:

$$H(t) = 1 - P(t), \quad P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(\xi) d\xi\right); \quad (1)$$
$$\lambda(t) = -P'(t)/P(t),$$

где  $\lambda(t)$  — интенсивность отказов, равная вероятности того, что после безотказной работы до момента времени  $t$  авария произойдет в последующем малом отрезке времени.

Опыт показывает, что после небольшого начального периода эксплуатации (приработки) функция  $\lambda(t)$  в течение длительного периода достаточно стабильна, т.е.  $\lambda(t) \cong \text{const}$ . Влияние интенсивного старения за счет коррозионного износа, усталости и других факторов должно исключаться регламентированием допустимого срока службы.

Принимая для периода  $\tau$  нормального (спокойного) функционирования  $\lambda(t) = \text{const}$ , из (1) получаем экспоненциальное распределение

$$P(t) = \exp(-\lambda t), \quad (2)$$

причем  $\bar{\theta} = 1/\lambda$  — математическое ожидание срока службы (ресурса) или средняя наработка на отказ. Функцию риска теперь можно записать в виде  $H(t) = 1 - \exp(-t/\bar{\theta})$ .

При функции надежности в виде (2) частота отказов в системе однотипных объектов (поток случайных событий) соответствует дискретному распределению Пуассона

$$Q(N, \lambda\tau) = \frac{(\lambda\tau)^N}{N!} \exp(-\lambda\tau), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \lambda\tau > 0.$$

Отсюда следует, что аварии на временном интервале  $\tau$  ( $t, t + \tau$ ) произойдут  $N$  раз с вероятностью  $Q(N, \lambda\tau)$ , а отсутствие аварийных ситуаций (отсутствие отказов) прогнозируется с вероятностью

$$Q(0, \lambda\tau) = \exp(-\lambda\tau).$$

Вероятность того, что аварии произойдут  $n$  раз при  $n < N$  (т.е. менее  $N$  раз), определяется функцией распределения

$$Q_0(n < N) = \sum_{i=0}^{N-1} Q(i, \lambda\tau) = 1 - \varphi(N, \lambda\tau);$$

$$\varphi(N, \lambda\tau) = Q_0(n \geq N) = \sum_{i=1}^{\infty} Q(i, \lambda\tau).$$

Вероятность  $\bar{Q}$  возникновения хотя бы одной аварии представляет оценку риска аварий на объекте в период  $\tau$

$$\bar{Q} = 1 - Q(0, \lambda\tau) = 1 - \exp(-\lambda\tau).$$

Для математического ожидания  $\widehat{N}$ , дисперсии  $D$  и стандарта (среднеквадратического отклонения)  $\sigma$  имеет место равенство  $\widehat{N} = D = \sigma^2 = \lambda\tau$ , т.е. имеется возможность экспериментальной проверки правдоподобия гипотезы о применимости закона Пуассона к конкретному виду аварии по факту хотя бы приблизительного соблюдения равенства  $\widehat{N} = D$ . Таким образом, прогнозирование аварийных ситуаций возможно на основе элементарной статистики. Такого рода данные представляют интерес при принятии решений о мерах по снижению степени риска аварий на МТ.

Значения вероятности аварий  $Q(N, \lambda\tau)$  и риска возможной аварии  $\bar{Q}$  для числа  $N \leq 5$  приведены в таблице и на рис. 1.

Таблица

**Вероятность  $N$  аварий и оценка риска аварийности  $\bar{Q}$  в зависимости от параметра  $\lambda\tau$  согласно распределению Пуассона**

$N$	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
0	0,905	0,819	0,741	0,607	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007
1	0,091	0,164	0,222	0,303	0,368				
2	0,0045	0,016	0,033	0,076	0,184	0,271			
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,013	0,061	0,180	0,224		
4		0,0001	0,0003	0,0016	0,015	0,090	0,168	0,195	
5				0,0002	0,003	0,036	0,101	0,156	0,176
$\bar{Q}$	0,095	0,181	0,259	0,393	0,632	0,865	0,950	0,982	0,993

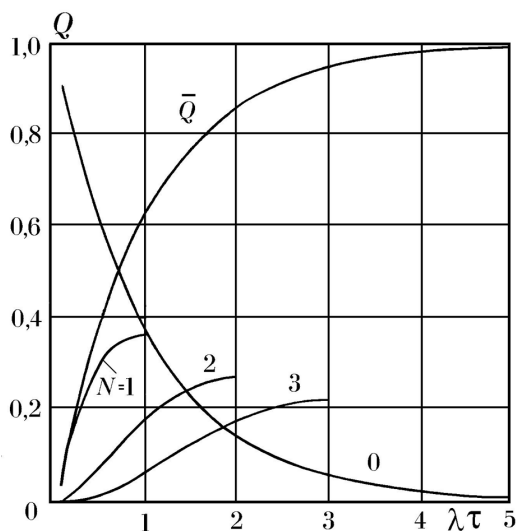


Рис. 1. Вероятность аварий и оценка риска  $\bar{Q}$  аварийности в зависимости от параметра  $\lambda\tau$

На рис. 2 показано распределение Пуассона для нескольких значений параметра  $\lambda\tau$ , из которого следует, что при больших значениях  $\lambda\tau$  ( $\lambda\tau \geq 10$ ) распределение приближается к нормальному распределению при  $\mu = \sigma^2 = \lambda\tau$

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu)^2/\sigma^2\right].$$

Для ведения оценки надежности сейсмостойкости МТ необходимо статистическое описание сейсмических свойств (модели) грунта. Предлагались различные модели математического описания колебаний грунта при землетрясениях. Широкое распространение получила модель В. Болотина [1, 2], основанная на представлении ускорений  $\ddot{Z}$  в форме, позволяющей учесть изменение во времени спектрального состава колебаний:

$$\ddot{Z}(t|s) = \sum_k L_k(t|s) \varphi_k(t|s). \quad (3)$$

Здесь  $s$  — вектор, характеризующий интенсивность сотрясения, спектральный состав, продолжительность интенсивной фазы (зависит от макросейсмических параметров, местных геологических и грунтовых условий);  $L_k$  — квазиогibaющие, характеризующие медленное изменение амплитуд во времени на отрезке  $\theta$  преобладающих периодов сотрясения и нулевые вне отрезка длительности сотрясения  $\theta$ ;  $\varphi_k$  — стационарные случайные функции времени, характеризующие спектральный состав сотрясения, с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

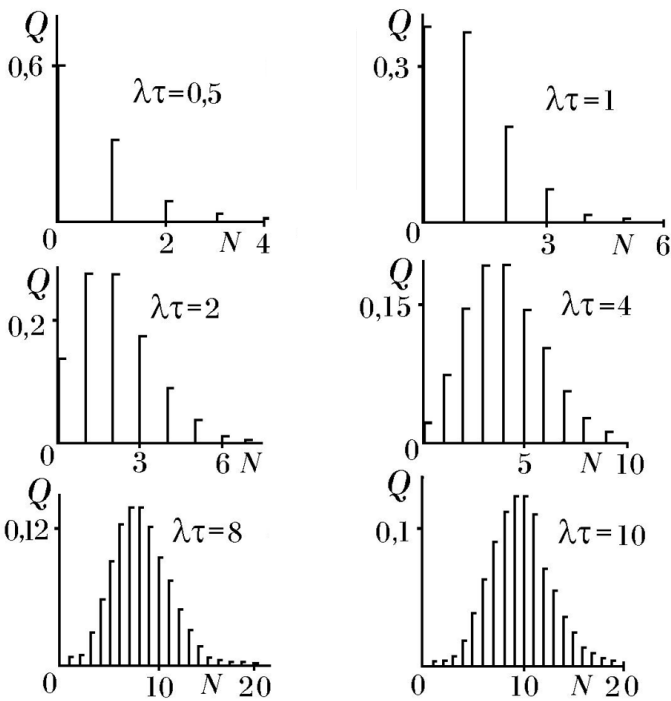


Рис. 2. Распределение Пуассона для шести значений  $\lambda\tau$

Одночленное приближение для (3) соответствует допущению о возможности пренебречь изменением спектрального состава. Такой подход применим для аппроксимации нестационарных случайных процессов, близких к стационарному процессу (с медленно меняющейся дисперсией). В этом случае рассматриваемая модель представляет стационарный случайный процесс  $\varphi_k$  с фиксированным спектром, модулированный некоторой детерминированной квазиогibaющей  $L(t)$ :

$$\ddot{Z}(t) = \eta q L(t) \varphi(t), \quad (4)$$

где  $\eta$  – единичная функция Хевисайда;  $q$  – нормирующий множитель.

Метод статистического моделирования, основанный на представлении (3) или (4), позволяет получать нужное число реализаций путем умножения генерируемых стационарных случайных функций (со спектральными характеристиками, соответствующими записям прошлых землетрясений) на детерминированные функции  $L$ .

Таким образом, функция (3) или (4) используется при анализе, а затем при синтезе акселерограмм, причем анализ проводится с учетом гипотезы об эргодичности стационарного процесса, что позволяет усреднение по множеству реализаций заменить усреднением по времени единственной акселерограммы.

Для оценки надежности применяется алгоритм, основанный на выражении (4), выполняющий на ПК дискретный анализ реальной записи

в виде временного ряда, а затем генерирование реализаций случайного нестационарного процесса с использованием метода канонических разложений, быстрого преобразования Фурье (БПФ) и сплайн-интерполяции без ограничений на вид аппроксимируемых функций.

Предусмотрено сглаживание и балансировка исходного ряда, выделение и аппроксимация квазиогibaющей и стационарной части процесса. Стационарный процесс сглаживается косинусным окном, а затем выполняется анализ Фурье, вычисление амплитудного и фазового частотных спектров, первичной оценки спектральной плотности. Проводится сглаживание на смежных частотах, вычисление дисперсии, окончательно сглаженной оценки спектральной плотности и среднеквадратических отклонений по частотам.

Далее выполняется цикл по заданному числу реализаций с синтезом нестационарных процессов – акселерограмм. В каждом таком цикле выполняется цикл по частотам спектра: генерирование (с использованием полученных среднеквадратических отклонений) гауссовых случайных величин (амплитуд). Затем выполняется синтез Фурье стационарной части процесса. Проводится сглаживание косинусным окном, удаление среднего и синтез нестационарного процесса с балансировкой и записью. Сглаживание и балансировка ряда  $\ddot{Z}(t)$  осуществляются по алгоритму программы BALANS [3].

Для выделения квазиогibaющей  $L(t)$  ряд  $A$ , представляющий акселерограмму, разбивается на  $N_2$  интервалов с шагом по времени  $H$ , на которых содержится  $N_N$  квантов  $H$ . На каждом  $j$ -м интервале проводится усреднение по времени, т.е. определяется средний квадрат ускорения  $\bar{a}_j^2$ , и величины  $\sqrt{\bar{a}_j^2}$  вместе с начальным значением  $A(1)$  заносятся в массив огibaющей  $L$ , элементы которого отнесены соответственно к центрам интервалов и к началу ряда  $t = 0$ .

Проводится сплайн-аппроксимация огibaющей, а затем выделение стационарного процесса  $\varphi$  делением элементов  $A$  на интерполированные значения огibaющей. В результате получаем  $\varphi(t)$  со средним квадратом  $\bar{\varphi}^2(t) = 1$  и спектральной плотностью  $S(\omega)$ , причем

$$\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = 1.$$

При выборе  $N_2$  длительность интервала должна быть велика в сравнении с характерным временем корреляции процесса  $\varphi$ , но на интервале свойства процесса не могут меняться существенно и функция  $\varphi$  должна удовлетворять условиям стационарности.

Проверка на стационарность может быть проведена, например, по дисперсии с использованием критерия масштаба Кокрена. Для всех  $N_2$

интервалов (выборки объемом  $N_N$ ) процесса  $\varphi$  вычисляются оценки дисперсии  $\sigma_i^{*2}$  и статистика  $G = \sigma_{\max}^{*2} / \sum_{i=1}^{N_2} \sigma_i^{*2}$ , которая сравнивается с критическим значением табличной функции  $Z_G(\nu, N_N, P_D)$ , где  $\nu = N_N - 1$ . Если  $G < Z_G$ , то с вероятностью  $P_D$  стационарность считается установленной.

Для получения первичной оценки спектральной плотности методом БПФ временной ряд из  $N_0$  элементов на начальном временном интервале  $T_0 = H(N_0 - 1)$  сглаживается “1/10 косинусным окном”.

Дискретное прямое преобразование Фурье выполняется стандартной программой FFT (БПФ). Числовой ряд при этом должен содержать  $2^m$  элементов ( $m$  — целое число), а для хранения коэффициентов Фурье требуется  $2^m + 2$  полей памяти. Подбирается значение  $m$ , и из ряда  $\varphi_i$  формируется массив  $A_1$  с ближайшим к  $N_0 + 2$  числом элементов  $N_1 + 2 = 2^m + 2 \geq N_0 + 2$ , причем добавленные сверх числа  $N_0$  элементы заполняются нулями. В результате работы программы FFT вычисляются значения коэффициентов Фурье  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N_1$ );  $\frac{1}{2}a_0, b_0 = 0, a_1, b_1, \dots, a_{N-1}, b_{N-1}, \frac{1}{2}a_N, b_N = 0$ .

Фиксируется временной интервал  $T = (N_1 - 1)H$  с учетом добавленных нулей, частотный интервал  $\Delta\omega = 2\pi/T$ , частота среза  $\omega_c = \pi/H$  и частотный спектр  $\omega_k = k\Delta\omega$  при  $k = 1, 2, \dots, N = N_1/2$ .

Амплитудный частотный спектр  $A_s(\omega_k)$  вычисляется через коэффициенты Фурье:

$$A_s(\omega_1) = X_1, \quad A_s(\omega_N) = X_{N_1},$$

$$A_s(\omega_k) = \frac{1}{2} \sqrt{X_j^2 + X_{j+1}^2} \quad (j = 2k - 1, 1 < k < N).$$

Первичная оценка спектральной плотности  $\tilde{S}(\omega_k)$  корректируется коэффициентом  $\beta = 1/0,875$ , чтобы восстановить потерю дисперсии при косинусном сглаживании:

$$\tilde{S}(\omega_1) = \beta X_1^2 / \Delta\omega, \quad \tilde{S}_k \equiv \tilde{S}(\omega_k) = 2\beta |A_s(\omega_k)|^2 / \Delta\omega \quad (k > 1).$$

Окончательно сглаженная оценка спектральной плотности получается усреднением первичной оценки на  $M_1$  смежных частотах ( $E$  — нормированная ошибка)

$$\bar{S}_k = \left( \tilde{S}_k + \tilde{S}_{k+1} + \dots + \tilde{S}_{k+M_1-1} \right) / M_1, \quad M_1 = E^{-2}.$$

Для генерирования стационарного процесса используется частный случай канонического разложения — разложение случайного процесса

в ряд Фурье

$$\varphi(t_i) = U_0 + \sum_{k=1}^N (U_k \cos \omega_k t_i + V_k \sin \omega_k t_i),$$

где  $N$  – учитываемое число частот  $\omega_k$  в спектре;  $U_0$ ,  $U_k$  и  $V_k$  – некоррелированные гауссовы случайные величины с вероятностными характеристиками (среднее  $\langle * \rangle$  и дисперсия  $\sigma^2$ )

$$\langle U_0 \rangle = \langle U_k \rangle = \langle V_k \rangle = 0, \sigma_0^2 = \bar{S}_0 \Delta\omega/2, \sigma_k^2 = \bar{S}_k \Delta\omega.$$

**Выводы:** 1. С использованием параметров квазиогibaющей и распределения дисперсий генерируется заданное число реализаций нестационарного процесса.

2. Для получения реализаций  $\varphi$  осуществляется синтез Фурье, причем гауссовы числа генерирует датчик случайных чисел. Нестационарные реализации образуются умножением  $\varphi$  на интерполированные значения огибающей  $L$ .

3. Результаты каждого цикла генерирования после сглаживания и балансировки записываются, образуя банк данных сейсмической информации, для использования в методе Монте-Карло с применением разработанной модели.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. – М.: Стройиздат, 1965.
2. Болотин В. В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1959. – № 4.
3. Котляревский В. А. Оценка риска аварий методами теории надежности. // Энциклопедия безопасности. Строительство, промышленность, экология. – Т. 1. – М.: Физматлит, 2005. – С. 35–45.

Статья поступила в редакцию 3.10.2011

Анатолий Александрович Александров родился в 1951 г., окончил в 1975 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор. Ректор Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования “Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана”. Автор более 80 научных работ в области теории рисков, механики разрушения, промышленной безопасности и эксплуатации опасных производственных объектов. A.A. Aleksandrov (b. 1951) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. D. Sc. (Eng.), professor. Rector of “The Bauman Moscow State Technical University” federal state educational institution for higher professional education. Author of more than 80 publications in the field of theory of risks, mechanics of destruction, industrial safety and exploitation of dangerous industrial objects.







Владимир Абрамович Котляревский родился в 1922 г., окончил в 1947 г. Московское Краснознаменное высшее военно-инженерное училище. Д-р техн. наук, профессор. Главный научный сотрудник Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 400 научных работ в областях изучения взрывных процессов, динамического сопротивления материалов и динамики сооружений, теории рисков промышленных аварий, математического и физического моделирования, методологии экспериментальных исследований, связанных с действием взрывных и ударных нагрузок на сооружения, а также с травматизмом и обеспечением защиты человека от различных поражающих факторов.

V.A. Kotlyarevskii (b. 1922) graduated from The Order of the Red Banner Moscow Higher Military Engineering School in 1947. D. Sc. (Eng.), professor. Chief researcher of the Scientific and Educational Center of Extremal Situation Study of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 400 publications in the field of study of explosion processes, dynamical strength of materials and dynamics of buildings, theory of risks of industrial accidents, mathematical and physical simulation, methodology of experimental studies connected with action of explosion and impact loads on buildings as well as with traumatism and guaranteeing of people protection from different damaging factors.



Валерий Иванович Ларионов родился в 1941 г., окончил в 1972 г. Военно-инженерную орден Ленина Краснознаменную академию им. В.В. Куйбышева. Д-р техн. наук, профессор. Заместитель директора по научной работе Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области теории рисков и промышленной безопасности потенциально опасных объектов.

V.I. Lariyonov (b. 1941) graduated from The Order of Lenin and Red Banner Military Engineering Academy n.a. V.V. Kuibyshev in 1972. D. Sc. (Eng.), professor. Deputy director for scientific work of the Scientific and Educational Center of Extremal Situation Study of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of theory of risks and industrial safety of potentially dangerous objects.

---

---

---

---

---

---

---

---